

Вариант 1

1. Найти частные производные первого порядка от функции

$$U = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} - \frac{z}{x}$$

и вычислить их значения в точке $M(2,2,1)$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \left(\frac{y}{x}\right)^2$.
3. Вычислить приближенно $(0.97)^{1.05}$. От.:0.97.
4. Найти $\frac{dU}{dt}$, если $U = y(x^2 + z^2)$, где $x = R \sin t$, $y = \ln t$, $z = R \cos t$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = u^2 v - v^2 u$, где $u = y \sin x$, $v = (x - y) \cos y$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $u = z(x^2 + y^2)$ и вычислить их значение в точке $M(1,1,2)$.
7. Найти $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$, если $z = x^3 + y^3 - 3xy(x - y)$.
8. Найти величину и направление градиента функции $u = \operatorname{arctg}(2x + 3y)$ в точке $M(1,2)$.
9. Найти производную функции $u = x^2 y^2 z^2$ в точке $A(1,-1,3)$ в направлении, идущем от точки A к $B(0,1,1)$.

Вариант 2

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = x \sin(x + y)$ и вычислить их значения в точке $M(\pi, \pi)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = z(x^2 - y)$.
3. Вычислить приближенно $\sin 29^\circ \cdot \operatorname{tg} 46^\circ$. От.:0.502.
4. Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = \operatorname{tg}(4x^3 - 2y)$, где $x = \sqrt{1-t}$, $y = \ln t$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \operatorname{arctg}(u - v)$, где $u = \frac{1}{x + y}$, $v = x^2 y - xy^2$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $u = x(z^2 + y^2)$ и вычислить их значение в точке $M(1,1,2)$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x^3 \partial y}$, если $z = x^2 + 2xy + y^2 + x^3 - 3x^2 y - y^3 + x^4 - 4x^2 y^2 + y^4$.
8. Найти величину и направление градиента функции $z = \operatorname{arctg} \sqrt{xy}$ в точке $M(4,1)$.
9. Найти производную функции $u = xy^2 + z^3 - xyz$ в точке $A(2,2,-1)$ в направлении, идущем от точки A к $B(1,1,1)$.

Вариант 3

1. Найти частные производные первого порядка от функции $u = y^{xz}$ и вычислить их значения в точке $M(1, 1, 1)$.
2. Найти полный дифференциал функции $z = y\sqrt{x} + x\sqrt{y}$.
3. Вычислить приближенно $\ln(\sqrt{0.98} + \sqrt[3]{8.05} - 2)$.
От.: -0.006.
4. Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = x^3y + xy^2$, где $x = 1/t$, $y = \ln t$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \arcsin(2u - 3v)$, где $u = \frac{x}{y}$, $v = x^2 - y^2$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $z = e^{xy}$ и вычислить их значение в точке $M(2, 1)$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x^3 \partial y}$, если $z = 5x^4y^2 - 7x^3y + 2y^3x - 3x^2y^2$.
8. Найти величину и направление градиента функции $u = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} - \frac{z}{x}$ в точке $M(2, 2, 1)$.
9. Найти производную функции $z = \arctg(xy)$ в точке $A(2, 2)$ в направлении, идущем от точки A к $B(1, 1)$.

Вариант 4

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = x^y$ и вычислить их значения в точке $M(2, 3)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$.
3. Вычислить приближенно $(2.68)^{\sin 0.05}$. От.: 1.05.
4. Найти $\frac{dz}{dx}$, если $z = x^2 \ln y$, где $y = 2 - 3x$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \frac{u^2}{v}$, где $u = x^2 - y^2$, $v = e^{xy}$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $z = x \cdot e^{xy}$ и вычислить их значение в точке $M(1, 2)$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial y^4}$, если $z = x^4 - 2x^3y - 2xy^3 + y^4 + x^3 - 3x^2y - 3xy^2 + y^3$.
8. Найти величину и направление градиента функции $z = \arcsin\left(\frac{xy}{2}\right)$ в точке $M(1, 1)$.
9. Найти производную функции $u = xy + yz + 1$ в точке $A(0, -2, -1)$ в направлении вектора $\vec{a} = \{12, -3, -4\}$.

Вариант 5

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = y\sqrt{x} + x/\sqrt{y}$ и вычислить их значения в точке $M(4, 9)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = \operatorname{arctg}(xy)$.
3. Вычислить приближенно $\sin 32^\circ \cos 59^\circ$. От.:0.273.
4. Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = x^2 + xy + y^2$, где $x = \sin t$, $y = \cos t$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \ln(uv)$, где $u = x\sqrt{y}$, $v = \sqrt[3]{x+1}/\sqrt{y}$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $u = \left(\frac{x}{y}\right)^3$ и вычислить их значение в точке $M(2,1)$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2}$, если $z = x^2 + 2xy + y^2 + x^3 - 3x^2y - y^3 + x^4 - 4x^2y^2 + y^4$.
8. Найти величину и направление градиента функции $z = 2x^2y + 3xy^2 + y^2$ в точке $M(2,1)$.
9. Найти производную функции $u = xyz$ в точке $A(5,1,2)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $B(9,4,14)$.

Вариант 6

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = xy - y/x$ и вычислить их значения в точке $M(4, 9)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = x^2y + \frac{x}{y} - z^2$.
3. Вычислить приближенно $\sqrt{(4.05)^2 + (2.93)^2}$. От.:4.998.
4. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = z^2(x^2 + xy + y^2)$, где $x = R \sin t$, $y = R \cos t$, $z = t$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \operatorname{arctg}(uv)$, где $u = xy$, $v = \sqrt[3]{x} + \sqrt{y}$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $u = y^2 \cos(x^2)$ и вычислить их значение в точке $M(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}$, если $z = x - y + x^2 + 2xy + y^2 + x^3 - 3x^2y - y^3 + x^4 - 4x^2y^2 + y^4$.
8. Найти величину и направление градиента функции $u = x^3y^2z + 2x - 3y + z + 5$ в точке $M(1,1,1)$.
9. Найти производную функции $z = e^x(x - y^3 + 3y)$ в точке $A(-3,1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $B(9,4)$.

Вариант 7

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = 5x^2 + 3y^2$ и вычислить их значения в точке $M(2,1)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = z(x^2 + y^2)$.
3. Вычислить приближенно $\sqrt{(3.95)^2 + (3.02)^2}$. От.:4.972.
4. Найти $\frac{dz}{dx}$, если $z = y(x^2 + 1)$, где $y = \sqrt{x^2 + 1}$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = u^2v$, где $u = x \cos y$, $v = y \sin x$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $u = x^3y^2z + 2x - 3y + z + 5$ и вычислить их значение в точке $M(1,1,1)$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x \partial y^3}$, если $z = 2x^4 - xy^3 / 3 + x^3y - y^4 + 2x^2y^2 - x^5$.
8. Найти величину и направление градиента функции $z = \arctg(xy)$ в точке $M(2,2)$.
9. Найти производную функции $z = x^3 + 3x^2 + 6xy + y^2$ в точке $A(4,-12)$ в направлении, идущем от точки A к $B(0,1)$.

Вариант 8

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = ye^{2x}$ и вычислить их значения в точке $M(4, 9)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = xy + yz + zx$.
3. Вычислить приближенно $1.002(2.003)^2(3.04)^3$. От.:108.972.
4. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = \ln(x^2 + e^y)$, где $x = \sqrt{1-t}$, $y = 2t - 1$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = u^2 \ln v$, где $u = xy$, $v = \sqrt{x+y}$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $u = y^2 \sin(x^2)$ и вычислить их значение в точке $M(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}$, если $z = x^4 - 2x^3y - 2xy^3 + y^4 + x^3 - 3x^2y - 3xy^2 + y^3$.
8. Найти величину и направление градиента функции $u = x^3y^2z + x^2/y$ в точке $M(1,1,1)$.
9. Найти производную функции $u = xy^2 + z^3 - xyz$ в точке $A(1,1,2)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $B(3,4,1)$.

Вариант 9

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = \arctg(\sqrt{xy})$ и вычислить их значения в точке $M(4, 1)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = xy + \frac{x}{z} - z^2$.
3. Вычислить приближенно $(1.08)^{3.96}$. От.: 1.32.
4. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = xyz^2$, где $x = 3t^2$, $y = \ln t$, $z = \sin t$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \cos(uv)$, где $u = x^2y$, $v = \sqrt[4]{x} + \sqrt{y}$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $u = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} - \frac{z}{x}$ и вычислить их значение в точке $M(2, 2, 1)$.
7. Найти $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$, если $z = x^3 + y^3 - 3xy(x - y)$.
8. Найти величину и направление градиента функции $z = 5x^2 + 3y^2$ в точке $M(1, 1)$.
9. Найти производную функции $u = x^2y^2z^2$ в точке $A(2, 1, 1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $B(2, 5, 4)$.

Вариант 10

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = \sin(x^2 - y^2)$ и вычислить их значения в точке $M(4, 1)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = (xyz)^2$.
3. Вычислить приближенно $\sqrt{(0.98)^2 + (2.01)^3}$. От.: 3.013
4. Найти $\frac{dz}{dx}$, если $z = ye^x$, где $y = \sqrt{x^2 + 1}$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \ln(uv)$, где $u = \sqrt{xy}$, $v = x + y$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $u = \sin(x + y) + \cos(x + y)$ и вычислить их значение в точке $M(\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8})$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2}$, если $z = 4x^2y^2 + x^4y + 5x^4 - 3xy^4 + 5xy$ в точке $(1, 1)$.
8. Найти величину и направление градиента функции $z = \sin(xy)$ в точке $M(\frac{\pi}{4}, 1)$.
9. Найти производную функции $u = xy + yz + 1$ в точке $A(3, 3, 5)$ в направлении вектора $\vec{a} = \{12, -3, -4\}$.

Вариант 11

1. Доказать, что функция $u = x^3 + 7x^2y + 2xz^2 - 3y^3 + 4xyz + z^3$ удовлетворяет уравнению

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 3u.$$

2. Найти полный дифференциал функции $z = tg \frac{x}{y}$.
3. Вычислить приближенное значение функции $z = x^2 + y^2 + 2x + y - 1$ в точке $A(1,98;3.91)$, заменяя приращение функции дифференциалом. От.:26.07.
4. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = \sqrt{4 - x^2 - y^2 - z^2}$, где $x = R \sin t$, $y = R \cos t$, $z = \sin 2t$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \text{arctg}(uv)$, где $u = \frac{x}{y}$, $v = \sqrt[4]{x + y^2}$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $z = \ln(x + y)$ и вычислить их значение в точке $M(1,1)$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2}$, если $z = 2x^4 + 3y^3 - 3x^2y(x - y)$.
8. Найти величину и направление градиента функции $u = z\sqrt{x^2 + y^2}$ в точке $M(0,1,1)$.
9. Найти производную функции $z = x^2y - 2y^2 + 1$ в точке $A(3,2)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $O(0,0)$.

Вариант 12

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = \frac{y^2}{3x}$ и вычислить их значения в точке $M(4, 9)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = xy \cos(x + y)$.
3. Вычислить приближенно значение функции $z = x^2 + 3xy - 6y$ в точке $A(3,96;1.03)$, заменяя приращение функции дифференциалом. От.:21.74.
4. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = xyz - z^2$, где $x = \sin t$, $y = \sin 2t$, $z = \cos 2t$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = ue^v$, где $u = x^2 + y^2$, $v = xy$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $z = x \ln(xy)$ и вычислить их значение в точке $M(1,1)$.
7. Найти $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$, если $z = x^2y^3z + xz^4 + 3xyz - x^2y^4$ в точке $M(1,1,1)$.
8. Найти величину и направление градиента функции $u = x^3y^2z + 2x + \ln(xy)$ в точке $M(1,1,1)$.
9. Найти производную функции $z = e^x(x^3 + 3xy)$ в точке $A(-3,1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $B(9,4)$.

Вариант 13

- Доказать, что функция $z = \ln(x^2 + y^2)$ удовлетворяет уравнению: $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.
- Найти полный дифференциал функции $u = e^{\frac{x}{y}} + e^{\frac{z}{y}}$ в точке $M(2,1,1)$.
- Вычислить приближенное значение функции $z = 3x^2 + 2y^2 - xy$ в точке $A(-0.98; 2.97)$, заменяя приращение функции дифференциалом. От.: 23.43.
- Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = \sin(3x + 2y - 4z)$, где $x = 2t^3$, $y = 3t^2$, $z = t^4$.
- Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = (1+u)(1-v)$, где $u = x \cos y$, $v = y \sin x$.
- Найти частные производные второго порядка от функции $z = y \cdot \ln(xy)$ и вычислить их значение в точке $M(2,2)$.
- Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x^3 \partial y}$, если $z = 4x^2 y^2 + x^4 y + 5x^4 - 3xy^4 + 5xy$ в точке $M(1,1)$.
- Найти величину и направление градиента функции $z = x \cdot \operatorname{tg}(xy)$ в точке $M(1, \pi)$.
- Найти производную функции $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ в точке $A(3,4)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $B(6,6)$.

Вариант 14

- Найти частные производные первого порядка от функции $u = \ln(z - x^2 - y^2 - 2x)$.
- Найти полный дифференциал функции $u = xy + e^{z^2}$.
- Вычислить приближенно $\ln(\sqrt{0.98} + \sqrt[3]{8.05} - 2)$. От.: -0.006.
- Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = \sin(xy)$, где $x = 3t^2$, $y = \sqrt{t^2 + 1}$.
- Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \sin(2u - v)$, где $u = \sqrt{xy}$, $v = x^2 - y^2$.
- Найти частные производные второго порядка от функции $z = (x + y)^3 + e^{x+y}$.
- Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x \partial y \partial x \partial y}$ от функции $z = 3x^3 + 5y^3 - 3x^2 y^2 (x - y)$ в точке $(1,1)$.
- Найти величину и направление градиента функции $u = x^4 y^3 z + 2x^2 - 5y + z + 3$ в точке $M(1,1,1)$.
- Найти производную функции $u = xy^2 + z^3 - xyz$ в точке $A(1,1,2)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $B(2,4,3)$.

Вариант 15

1. Найти частные производные первого порядка от функции $u = x + \frac{x-y}{y-z}$ и вычислить их значения в точке $M(3,2,1)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = xy \cdot e^{xy}$.
3. Вычислить приближенно значение функции $z = 3x^2 - xy + x + y$ в точке $A(1,06;2.92)$, заменяя приращение функции дифференциалом. От.:4.24..
4. Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = x^y$, где $x = t \sin t$, $y = \cos t$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = tg(u^2 - 2v)$, где $u = x + y$, $v = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{y}$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $z = \sin(xy)$.
7. Найти $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$, если $z = x^4 - 2x^3y - 2xy^3 + y^4 + x^3 - 3x^2y - 3xy^2$ в точке $M(0,-1)$.
8. Найти величину и направление градиента функции $u = xy - z^2$ в точке $M(-9,12,10)$.
9. Найти производную функции $z = x^2 - xy + y^2$ в точке $A(-1,1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $B(3,4)$.

Вариант 16

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = e^{\frac{x}{y}}$ и вычислить их значения в точке $M(4, 9)$.
2. Найти полный дифференциал функции $z = arctg(xy)$.
3. Вычислить приближенно $\sqrt[5]{1.002} \cdot \sqrt[3]{7.995}$. От.:2.0003.
4. Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = \cos(x^2 + xy)$, где $x = 2t + 1$, $y = \sqrt{t^2 + 1}$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \arcsin(u + v)$, где $u = xy$, $v = x - y$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $u = x \ln(x + y)$.
7. Найти $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y \partial x}$, если $z = x^5 - y^3 - 3xy(x^2 - y^3)$ в точке $(-1,1)$.
8. Найти величину и направление градиента функции $u = x^2y^3z + 2x^3 - 3y + z + 5$ в точке $M(0,1,2)$.
9. Найти производную функции $u = \frac{z}{x^2 + y^2}$ в точке $A(1,1,-1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $B(3,4,3)$.

Вариант 17

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = xy + xe^y$ и вычислить их значения в точке $M(2, 2)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = x^3 y^2 z^2 - 2xy - yz^2 + 5$ в точке $M(2, 1, -1)$.
3. Вычислить приближенно значение функции $z = x^2 - y^2 + 5x + 4y$ в точке $A(3, 0, 2; 2, 98)$, заменяя приращение функции дифференциалом.
4. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = x^2 + \sqrt{yz}$, где $x = e^t$, $y = \cos t$, $z = \sin t$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \ln(uv)$, где $u = xy^2$, $v = e^{xy}$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $u = (x+y)(1-xy)$ и вычислить их значение в точке $M(1, 2)$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}$, если $z = 3xy + y^2 + 4x^3 - 2x^2 y - 2y^3 + x^4 - 5x^2 y^2 + y^4$.
8. Найти величину и направление градиента функции $z = \ln(x+y)$ в точке $M(1, 1)$.
9. Найти производную функции $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ в точке $A(3, 4)$ в направлении вектора $\vec{l} = (1, 1)$.

Вариант 18

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = \ln(1 + x^2 + y^2)$ и вычислить их значения в точке $M(2, 2)$.
2. Найти полный дифференциал функции $z = e^{\frac{\sin y}{x}}$ в точке $M(1, \pi)$.
3. Вычислить приближенно $(2.003)^2 \cdot (3.998)^3 \cdot (1.002)^2$. От.: 257.408.
4. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = x + \sqrt{yz}$, где $x = e^t$, $y = \cos t$, $z = t^2$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = e^{2u-3v}$, где $u = \sqrt{x^2 + y}$, $v = \ln(2x + y)$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $z = \ln(xy)$ и вычислить их значение в точке $M(2, 3)$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x \partial y \partial x^2}$, если $z = x^4 - 2x^3 y - 2xy^3 + y^4 - 3x^2 y - 3xy^2$.
8. Найти величину и направление градиента функции $z = y\sqrt{x} + \frac{x}{\sqrt{y}}$ в точке $M(1, 1)$.
9. Найти производную функции $u = (xyz)^2$ в точке $A(1, -1, 3)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $B(0, 1, 1)$.

Вариант 19

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = \sqrt{y \sin x}$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = x^2 y + \sin(x + 2y) + \arctg z$.
3. Вычислить приближенно $(0.97)^{1.05}$. От.:0.97.
4. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = z(x^3 + xy + y^3)$, где $x = 2 \sin t$, $y = 2 \cos t$, $z = 3t$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = tg(uv)$, где $u = xy$, $v = \sqrt[3]{x} + \sqrt{y}$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $u = y^3 \cos(xy)$ и вычислить их значение в точке $M(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}$, если $z = x^2 + 2y^2 + x^3 - 3x^3 y - y^3 + x^4 - 4x^2 y^3 + y^4$.
8. Найти величину и направление градиента функции $u = x^3 y^2 z + 2x - 3y + z + 5$ в точке $M(1,1,1)$.
9. Найти производную функции $z = e^x(x - y^3 + 3y)$ в точке $A(-3,1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $B(9,4)$.

Вариант 20

1. Найти частные производные первого порядка от функции $U = \frac{x^2}{y} - \frac{y}{z} + \frac{z^2}{x}$ и вычислить их значения в точке $M(2,2,1)$.
2. Найти полный дифференциал функции $z = \left(\frac{x}{y}\right)^2$.
3. Вычислить приближенно $(0.98)^{1.03}$.
4. Найти $\frac{dU}{dt}$, если $U = y^2(x^3 + z^2)$, где $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \ln t, \\ z = \cos t \end{cases}$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = u^3 v - v^3 u$, где $u = y \sin 2x$, $v = (x - y) \cos 2y$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $u = z(x^3 + y^2)$ и вычислить их значение в точке $M(1,1,2)$.
7. Найти $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$, если $z = x^3 + y^3 - 3xy(x - y)$.
8. Найти величину и направление градиента функции $z = \arctg(3x + 2y)$ в точке $M(1,2)$.
9. Найти производную функции $u = x^2 y^2 z^2$ в точке $A(1,-1,3)$ в направлении, идущем от точки A к $B(0,1,1)$.

Вариант 21

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = y \sin(x + y)$ и вычислить их значения в точке $M(\pi, \pi)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = z^2(x - y^2)$.
3. Вычислить приближенно $\sin 31^\circ \cdot \operatorname{tg} 44^\circ$.
4. Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = \operatorname{tg}(x^3 - 2y^2 - 6t)$, где $\begin{cases} x = \sqrt{1-t}, \\ y = \ln(2t), \end{cases}$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \operatorname{arctg}(u + 2v)$, где $u = \frac{1}{x+y}$, $v = x^3y - xy^3$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $u = x \sin(z/y)$ и вычислить их значение в точке $M(1, 1, 2)$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x^3 \partial y}$, если $z = x^2 + 2xy + y^2 + x^3 - 3x^2y - y^3 + x^4 - 4x^2y^2 + y^4$.
8. Найти величину и направление градиента функции $z = \arcsin \sqrt{xy}$ в точке $M(1/4, 1)$.
9. Найти производную функции $u = x^2y + z^2 - xyz$ в точке $A(2, -2, 1)$ в направлении, идущем от точки A к $B(1, 1, 1)$.

Вариант 22

1. Найти частные производные первого порядка от функции $u = x^{6y}$ и вычислить их значения в точке $M(1, 1)$.
2. Найти полный дифференциал функции $z = y^2 \sqrt{x} + x^2 \sqrt{y}$.
3. Вычислить приближенно $\ln(\sqrt{0.98} + \sqrt[3]{8.05} - 2)$. Отг.: -0.006.
4. Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = x^4y + xy^4$, где $\begin{cases} x = 2/t, \\ y = \ln(3t), \end{cases}$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \arcsin(3u - 2v)$, где $u = \frac{y}{x}$, $v = x^4 - y^3$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $z = e^{3xy}$ и вычислить их значение в точке $M(2, 1)$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x^3 \partial y}$, если $z = x \ln(xy)$.
8. Найти величину и направление градиента функции $u = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} - \frac{z}{x}$ в точке $M(2, 2, 1)$.
9. Найти производную функции $z = \arccos(xy)$ в точке $A(2, 2)$ в направлении, идущем от точки A к $B(1, 1)$.

Вариант 23

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = y^x$ и вычислить их значения в точке $M(2, 3)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = \frac{y}{x} + \frac{z}{y} + \frac{z}{x}$.
3. Вычислить приближенно $(2.69)^{\sin 0.04}$.
4. Найти $\frac{dz}{dx}$, если $z = y^2 \ln x$, где $y = 2x - 3$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \frac{u}{v^2}$, где $u = x - y^2$, $v = e^{xy}$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $z = y \cdot e^{xy}$ и вычислить их значение в точке $M(1, 2)$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial y^4}$, если $z = x^4 - 2x^3y - 2xy^3 + y^4 + x^3 - 3x^2y - 3xy^2 + y^3$.
8. Найти величину и направление градиента функции $z = \arcsin\left(\frac{xy}{4}\right)$ в точке $M(1, 1)$.
9. Найти производную функции $u = xy + yz + 1$ в точке $A(0, -2, -1)$ в направлении вектора $\vec{a} = \{12, -3, -4\}$.

Вариант 24

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = y\sqrt{x} + x\sqrt{y}$ и вычислить их значения в точке $M(3, 6)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = \arctg(xyz^2)$.
3. Вычислить приближенно $\sin 31^\circ \cos 58^\circ$.
4. Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = x^5 + xy + y^4$, где $x = \sin t$, $y = \cos t$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \ln(uv)$, где $u = x\sqrt{y}$, $v = \sqrt[3]{x} + \sqrt{y}$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $u = \frac{zx}{y}$ и вычислить их значение в точке $M(2, 1, 1)$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2}$, если $z = 2x^2 + xy + 3y^2 + x^3 - 5x^2y - y^3 + x^4 - 4x^2y^2 + y^4$.
8. Найти величину и направление градиента функции $z = 2x^2y + 3xy^2 + y^2$ в точке $M(2, 1)$.
9. Найти производную функции $u = xyz$ в точке $A(5, 1, 2)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $B(9, 4, 14)$.

Вариант 25

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = x^3 y - y/x$ и вычислить их значения в точке $M(4, 9)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = x^2 y + \frac{x}{y} - z^2$.
3. Вычислить приближенно $\sqrt{(4.03)^2 + (2.96)^2}$.
4. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = z^3(x^4 + xy + y^3)$, где $x = 3 \sin t$, $y = 3 \cos t$, $z = t$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \operatorname{arctg}(u^2 v)$, где $u = xy^3$, $v = \sqrt[4]{x} + \frac{1}{y}$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $u = y \cos(x^2)$ и вычислить их значение в точке $M(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}$, если $z = x - y + x^2 + 2xy + y^2 + x^3 - 3x^2 y - y^3 + x^4 - 4x^2 y^2 + y^4$.
8. Найти величину и направление градиента функции $u = x^3 y^2 z + 2x - 3y + z + 5$ в точке $M(1, 1, 1)$.
9. Найти производную функции $z = e^x(x - y^3 + 3y)$ в точке $A(-3, 1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $B(5, 4)$.

Вариант 26

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = 4x^3 + 3y^2$ и вычислить их значения в точке $M(2, 1)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = z^3(x^2 + y^2)$.
3. Вычислить приближенно $\sqrt{(3.95)^2 + (3.02)^2}$. От.: 4.972.
4. Найти $\frac{dz}{dx}$, если $z = y^2(x+1)$, где $y = \sqrt{x^2 + 1}$.
5. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = 3u^3 v^2$, где $u = y \cos x$, $v = (x+1) \sin y$.
6. Найти частные производные второго порядка от функции $u = x^3 y^2 z + 2x - 3y + z + 5$ и вычислить их значение в точке $M(1, 1, 1)$.
7. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x \partial y^3}$, если $z = 2x^4 - xy^3/3 + x^3 y - y^4 + 2x^2 y^2 - x^5$. Найти величину и направление градиента функции $z = \operatorname{arctg}(3xy)$ в точке $M(2, 2)$.
8. Найти производную функции $z = x^3 + 3x^2 + 6xy + y^2$ в точке $A(4, -12)$ в направлении, идущем от точки A к $B(0, 1)$.

Вариант 27

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = e^{4xy}$ и вычислить их значения в точке $M(3, 7)$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = 3xy + yz + zx$.
2. Вычислить приближенно $1.001(2.002)^2(3.03)^3$.
3. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = \ln(x^2 + e^y)$, где $x = (1-t)^2$, $y = 2t-1$.
4. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = v^2 \ln u$, где $u = xy$, $v = \sqrt{x+y}$.
5. Найти частные производные второго порядка от функции $u = y^3 \sin(x^2)$ и вычислить их значение в точке $M(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})$.
6. Найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}$, если $z = x^4 - 2x^3y - 2xy^3 + y^4 + x^3 - 3x^2y - 3xy^2 + y^3$.
7. Найти величину и направление градиента функции $z = x^3y^3(6-x-y)$ в точке $M(1,1,1)$.
8. Найти производную функции $u = xy^2 + z^3 - x^2yz$ в точке $A(1,1,2)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $B(3,4,1)$.