

Вариант 1

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

1) $y = 4x^3 - 5x + 4$ 3) $y = 3\sqrt{x}$

2) $y = \frac{1}{x+2}$ 4) $y = \sin 5x$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

1) $y = 4x^3 - 5x + 4$ 6) $y = e^x \ln 2 + \sqrt[3]{x} \ln x$

2) $y = 3\sqrt{x} + 2 \operatorname{ctg} x$ 7) $y = -\frac{2}{x^2} + \frac{x^2}{2}$

3) $y = 5 \sin x + x^3 \cdot e^x$ 8) $y = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{x^4}{2e^x}$

4) $y = 2x^4 \cdot \arcsin x$ 9) $y = x^3 \operatorname{tg} x + \frac{\operatorname{tg} x}{x^3}$

5) $y = 2^x \cdot \ln x$ 10) $y = 2^x \ln 2 + x^2 \sqrt{2}$

III. Найти производные сложных функций.

1) $y = \frac{1}{3x+2}$ 7) $y = e^x \cdot \operatorname{arctg} e^x$

2) $y = \sin 5x$ 8) $y = \frac{\sin x}{\cos^2 x} + \ln \frac{1+\sin x}{\cos x}$

3) $y = (2x^3 + 3)^4$ 9) $y = (x+2)^{\sin x}$

4) $y = \operatorname{tg}^6(1-x)$ 10) $y = (\cos x)^{\ln x}$

5) $y = \sin(3x+2)^3$ 11) $y = x^2 \cdot e^{x^2} \cdot \ln x$

6) $y = \ln^3 \sin x + 2^{\sin x}$ 12) $y = \frac{(2x-1)^3 \sqrt{3x+2}}{(3x-4)^2 \cdot \sqrt[3]{1-x}}$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = \frac{x^3}{3}$ в точке $x = -1$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = 3t^2 + 2$. Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 2]$ и скорость тела в момент времени $t = 1$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\ln 0,98$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

1) $x^4 + y^4 = 5$ 4) $\begin{cases} x = a \sin t \\ y = a \cos t \end{cases}$

2) $x^3 + \ln y - x^2 e^y = 2$ 5) $\begin{cases} x = e^{-t} \cdot \sin t \\ y = e^t \cdot \cos t \end{cases}$

3) $x \sin y + y \sin x = 0$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^3 - 4x^2 + 3}$ 4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x-1)}{\operatorname{ctg} \pi x}$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{e^{\frac{3}{x}} - 1}$ 5) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x}$ 6) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

1) $y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$ 2) $y = x^3 e^{-x}$

Вариант 2

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 5x^3 + 10x - 3 \quad 3) y = \frac{1}{x+3}$$

$$2) y = 4\sqrt{x} \quad 4) y = \cos 5x$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 5x^3 + 10x - 3 \quad 6) y = e^x \ln 3 + \ln x \cdot \sqrt{x}$$

$$2) y = 4\sqrt{x} + 2 \operatorname{ctg} x \quad 7) y = -\frac{3}{x^3} + \frac{x^3}{3}$$

$$3) y = 3 \sin x + x^5 \cdot e^x \quad 8) y = \frac{\ln x}{x^5} + \frac{x^4}{2e^x}$$

$$4) y = 2x^3 \cdot \operatorname{arctg} x \quad 9) y = x^4 \operatorname{tg} x + \frac{\operatorname{tg} x}{x^4}$$

$$5) y = 3^x \cdot \ln x \quad 10) y = 3^x \ln 2 + x^3 \cdot \sqrt{2}$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \cos 5x \quad 7) y = e^{2x} \cdot \sin^3 e^x$$

$$2) y = \frac{2}{3x-2} \quad 8) y = \frac{\operatorname{arctg} 2x}{1-x^2} + \frac{\sin^2 x}{\cos x}$$

$$3) y = (2x^3 - 3)^4 \quad 9) y = (x-3)^{\sin x}$$

$$4) y = \operatorname{tg}^5 (1-x) \quad 10) y = (\cos 2x)^{\ln x}$$

$$5) y = \sin (2x+3)^3 \quad 11) y = x^3 \cdot e^{x^3} \cdot \ln x$$

$$6) y = \ln^3 \cos x \quad 12) y = \frac{(2x+1)^3 \sqrt{3x-2}}{(3x+4)^2 \cdot \sqrt[3]{1-2x}}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = \frac{x^3}{3}$ в точке

$x = 1$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = 3t^2 + 3$. Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 3]$ и скорость тела в момент времени $t = 2$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\ln 0,97$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) x^3 + y^3 = 3 \quad 4) \begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t \end{cases}$$

$$2) x^4 + 2 \ln y - x^3 e^{2y} = 3 \quad 5) \begin{cases} x = e^{-t} \cdot \cos t \\ y = e^t \cdot \sin t \end{cases}$$

$$3) x \cos y + y \cos x = 0$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталю.

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^n - 1} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a} \quad 5) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right)$$

$$3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \frac{x+1}{x}}{\ln \frac{x-1}{x}} \quad 6) \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x^2 + 1}{x} \quad 2) y = \ln \frac{1+x}{1-x}$$

Вариант 3

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 2x^3 - 4x + 3 \quad 3) y = \frac{2}{x-4}$$

$$2) y = 5\sqrt{x} \quad 4) y = \sin 3x$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 2x^3 - 4x + 3 \quad 6) y = 2^x \cdot \ln x - e^x \cdot \ln 2$$

$$2) y = 5\sqrt{x} + 3 \operatorname{tg} x \quad 7) y = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{x^3}$$

$$3) y = 4 \cos x + e^x \cdot x^6 \quad 8) y = \frac{\ln x}{x^4} + \frac{x^4}{2e^x}$$

$$4) y = 4x^3 \cdot 3^x \quad 9) y = x^5 \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1+x^2}{2e^x}$$

$$5) y = x^4 \cdot \arcsin x \quad 10) y = 4^x \ln 2 + x^4 \cdot \sqrt{2}$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \cos 3x \quad 7) y = e^x \cdot \sqrt{1-e^x} - \arcsin e^x$$

$$2) y = \frac{2}{4x-3} \quad 8) y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{x}{\sin x}$$

$$3) y = (5x^2 + 1)^4 \quad 9) y = (x-4)^{\cos x}$$

$$4) y = \sin^5(1-2x) \quad 10) y = (\cos 3x)^{\ln x}$$

$$5) y = \operatorname{ctg}(2+3x)^3 \quad 11) y = x^5 \cdot e^{x^5} \cdot \ln x$$

$$6) y = \ln^2(2x+1) \quad 12) y = \frac{\sqrt{3x-1} \cdot (6x+5)^2}{(4-3x)^3 \cdot \sqrt[3]{2x-1}}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = \frac{x^3}{3}$ в точке

$x = 2$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = 4t^2 - 1$. Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [2, 5]$ и скорость тела в момент времени $t = 3$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\ln 0,96$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2 \quad 4) \begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(t - \cos t) \end{cases}$$

$$2) y^4 + 3 \ln x - 2^y \cdot x^3 = 2 \quad 5) \begin{cases} x = a \cdot \cos^3 t \\ y = a \cdot \sin^3 t \end{cases}$$

$$3) x^2 \cos y - y^2 \cdot \cos x = 0$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1-x^3} \quad 5) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\cos x)^{\frac{\pi}{2}-x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \operatorname{tg} 7x}{\ln \operatorname{tg} 2x}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x^3 + 1}{x^2} \quad 2) y = \frac{\ln x}{x}$$

Вариант 4

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 3x^3 + 2x - 4 \quad 3) y = \frac{3}{x+4}$$

$$2) y = 6\sqrt{x} \quad 4) y = \cos 3x$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 3x^3 + 2x - 4 \quad 6) y = \frac{1}{x} \cdot \ln 2 + \frac{\ln x}{\sqrt{3}}$$

$$2) y = 6\sqrt{x} + 3 \cos x \quad 7) y = \frac{\sqrt{x}}{3} + \frac{3}{\sqrt{x}}$$

$$3) y = 2 \operatorname{arctg} x + 2^x \cdot x^5 \quad 8) y = \frac{\arcsin x}{1-x^2}$$

$$4) y = 5x^4 \cdot e^x \quad 9) y = \sqrt{2} \cdot \sin x + \frac{1-x^2}{e^x}$$

$$5) y = \sqrt[3]{x} \cdot \operatorname{tg} x \quad 10) y = 5^x \ln 5 + x^5 \cdot \sqrt{5}$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \cos 3x \quad 7) y = \operatorname{arctg}^4 e^{2x}$$

$$2) y = \frac{3}{2x-5} \quad 8) y = \ln \sin x - \frac{x}{\cos x}$$

$$3) y = (4x^3 + 2x)^5 \quad 9) y = (x+3)^{\sqrt{x}}$$

$$4) y = \cos^4(1-3x) \quad 10) y = (\cos 3x)^{\ln x}$$

$$5) y = \operatorname{tg}(1+2x)^3 \quad 11) y = x^6 \cdot e^{x^6} \cdot \sin 3x$$

$$6) y = \sin^3 \sqrt{x} \quad 12) y = \frac{\sqrt{5x+1} \cdot (2x-3)^3}{(3-5x)^2 \cdot \sqrt[3]{4x+1}}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = 4 - x^2$ в точке $x = 2$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = 4t^2 + 3$. Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 3]$ и скорость тела в момент времени $t = 4$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\ln 0,95$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) ax^2 + by^2 = ab \quad 4) \begin{cases} x = a(t^2 - \cos t) \\ y = a(t - \sin t) \end{cases}$$

$$2) 3y^4 - 2 \ln(x-2) + e^y \cdot x^3 = 4 \quad 5) \begin{cases} x = a \cdot \sin^2 t \\ y = b \cdot \cos^3 t \end{cases}$$

$$3) x^3 \cos y + y^3 \cdot \cos x = 0$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталя.

$$1) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot e^{\frac{1}{x^2}}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{e^x - 1} \quad 5) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right)$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin 2x}{\ln \sin 5x} \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x}{3-x^2} \quad 2) y = x \ln x$$

Вариант 5

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1 \quad 3) y = \frac{5}{x-5}$$

$$2) y = 7\sqrt{x} \quad 4) y = \operatorname{tg} 3x$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1 \quad 6) y = \frac{3^x}{\ln 3} + \sqrt{3} \ln x$$

$$2) y = 7\sqrt{x} + 3 \operatorname{tg} x \quad 7) y = \frac{x^2}{4} - \frac{4}{x^2}$$

$$3) y = 4 \arccos x + \sqrt[3]{x} \cdot e^x \quad 8) y = \frac{\operatorname{arctg} x}{1-x}$$

$$4) y = 3 \ln x \cdot 2^x \quad 9) y = e^x \cdot \sin x + \frac{1+x^2}{\ln x}$$

$$5) y = \sqrt[3]{x} \cdot \operatorname{ctg} x \quad 10) y = x^3 \cdot \sqrt{3} + 3^x \cdot \ln 3$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \operatorname{tg} 3x \quad 7) y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - x \cdot \operatorname{ctg} 2x$$

$$2) y = \frac{5}{4x-3} \quad 8) y = \frac{\cos 2x}{\sin^2 x} - \sqrt{\operatorname{tg} x}$$

$$3) y = (x^3 - 3x)^4 \quad 9) y = (2x-3)^{\frac{1}{x}}$$

$$4) y = \sin^5(2-3x) \quad 10) y = (\ln(x+2))^{\sqrt{x}}$$

$$5) y = \operatorname{arctg} \sqrt{x} \quad 11) y = e^{x^3} \cdot \operatorname{tg} 3x \cdot x^3$$

$$6) y = \cos^3 e^x \quad 12) y = \frac{\sqrt[3]{1-x} \cdot (5x+2)^2}{(4+3x) \cdot \sqrt{5-2x}}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = 4 - x^2$ в точке $x = 1$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = 3t^2 + 5$. Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 4]$ и скорость тела в момент времени $t = 3$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\operatorname{arctg} 1,02$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a} \quad 4) \begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \operatorname{arctg} t \end{cases}$$

$$2) e^x \cdot \sin y - e^y \cdot \cos x = 0 \quad 5) \begin{cases} x = 2^{-t} \\ y = 2^{2t} \end{cases}$$

$$3) 2y^3 + \ln(x+3) = e^{2y} \cdot x^3$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\arcsin 3x} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 1} (\ln x \cdot \ln(x-1))$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{ctg} x - 1}{\sin 4x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{\ln x}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}{\ln(1-x)} \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{2}{x^2}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{1}{1-x^2} \quad 2) y = \ln(x^2 - 4)$$

Вариант 6

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = \frac{2}{3}x^3 - 3x + 2 \quad 3) y = \frac{6}{x+6}$$

$$2) y = 8\sqrt{x} \quad 4) y = \operatorname{ctg} 3x$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = \frac{2}{3}x^3 - 3x + 2 \quad 6) y = \frac{e^x}{\ln 2} + \sqrt{2} \ln x$$

$$2) y = 8\sqrt{x} + 3 \operatorname{tg} x \quad 7) y = \frac{x^2}{5} - \frac{5}{x^2}$$

$$3) y = 5 \arccos x + \frac{3}{x} \cdot 2^x \quad 8) y = \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x}$$

$$4) y = 4 \ln x \cdot (x^2 + 1) \quad 9) y = e^x \cdot \operatorname{tg} x + \frac{1-x^2}{\cos x}$$

$$5) y = \frac{\cos x}{3x^5} \quad 10) y = 3^x \cdot \ln x - x^5 \sqrt{5}$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \operatorname{ctg} 3x \quad 7) y = e^{2x} \cdot \operatorname{arctg} e^{2x}$$

$$2) y = \frac{6}{5x-2} \quad 8) y = \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} + \ln \operatorname{tg} x$$

$$3) y = (x^4 + 2x)^3 \quad 9) y = (2x+3)^{\sqrt{x}}$$

$$4) y = \cos^5(3-4x) \quad 10) y = (\sqrt{x})^{\ln(x+2)}$$

$$5) y = \operatorname{arctg} \sqrt{x} \quad 11) y = 2^x \cdot \cos 4x \cdot x^5$$

$$6) y = \sin^3 2^x \quad 12) y = \frac{\sqrt[3]{2-x} \cdot (3x+2)^2}{(4x-5)^3 \cdot \sqrt{3x+4}}$$

13

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = x^2 - 4$ в точке $x = 2$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = 4t^2 + 5$. Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 4]$ и скорость тела в момент времени $t = 3$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\operatorname{arctg} 0,97$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$2) e^{xy} - x^2 + y^2 = 0 \quad 4) \begin{cases} x = at \cos t \\ y = at - \sin t \end{cases}$$

$$2) xy + \arcsin(x+y) = 0 \quad 5) \begin{cases} x = 2^{\sqrt{t}} \\ y = 2^{-\sqrt{t}} \end{cases}$$

$$3) 4y^3 + \ln(x-3) = e^{3y} \cdot x^3$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{5}}{\sqrt{x} - \sqrt{5}} \quad 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \cdot \sin \frac{a}{x} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos ax}{\ln \cos bx} \quad 5) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right) \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{2x-1}{(x-1)^2} \quad 2) y = e^{\frac{1}{x-2}}$$

Вариант 7

1. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = \frac{4}{3}x^3 + 2x - 1 \quad 3) y = \frac{7}{x-7}$$

$$2) y = 9\sqrt{x} \quad 4) y = \sin 5x$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = \frac{4}{3}x^3 + 2x - 1 \quad 6) y = \frac{2^x}{\ln 2} + 2^3 \ln x$$

$$2) y = 9\sqrt{x} + 5 \sin x \quad 7) y = \frac{x^3}{6} - \frac{6}{x^3}$$

$$3) y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + \frac{4}{x} \cdot 3^x \quad 8) y = \frac{\cos x}{3x^6} + 3 \operatorname{tg} x$$

$$4) y = (x^2 - 4) \ln x \quad 9) y = e^x \cdot \operatorname{ctg} x + \frac{1+x^2}{e^x}$$

$$5) y = 2^x \cdot e^x \quad 10) y = 5^x \cdot \ln 5 + x^5 \cdot \sqrt{5}$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \sin 5x \quad 7) y = \ln^4 \sin x + 2^{\cos x}$$

$$2) y = \frac{7}{6x+5} \quad 8) y = \frac{\operatorname{tg} 4x}{e^{3x}} - \sqrt{\operatorname{arcsin} 2x}$$

$$3) y = (x^4 + 3x)^3 \quad 9) y = (4x+3)^{\sqrt{x}}$$

$$4) y = \operatorname{tg}^6(2-5x) \quad 10) y = \left(\frac{2}{x}\right)^{\ln(x-3)}$$

$$5) y = \operatorname{arccotg} \frac{1}{x} \quad 11) y = 3^x \cdot \sin 4x \cdot x^5$$

$$6) y = \cos^3 e^{3x} \quad 12) y = \frac{\sqrt[3]{4-3x} \cdot (2x-5)^2}{(5+3x)^3 \cdot \sqrt{1+2x}}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = x^2 - 4$ в точке $x = -2$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = 5t^2 + 3$. Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 3]$ и скорость тела в момент времени $t = 2$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sin 60^\circ 18'$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) (x+y)^2 + (x-3y)^3 = 0 \quad 4) \begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + t \\ y = \frac{t^2}{2} + \frac{1}{t} \end{cases}$$

$$2) y \ln x - x \ln y = \ln(xy) \quad 5) \begin{cases} x = t + \ln \cos t \\ y = t - \ln \sin t \end{cases}$$

$$3) e^{2x-y} + \sin(x^2 \cdot y^2) = 4x^3$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 1} \sin(x-1) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right) \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x}{(x-1)^2} \quad 2) y = \frac{e^x}{x}$$

Вариант 8

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = \frac{5}{3}x^3 + 3x - 2$$

$$3) y = \frac{8}{x+8}$$

$$2) y = \frac{\sqrt{x}}{2}$$

$$4) y = \cos 5x$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = \frac{5}{3}x^3 + 3x - 2$$

$$6) y = \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{\ln x}{3}$$

$$2) y = \frac{\sqrt{x}}{2} + 5 \cos x$$

$$7) y = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{x^3}$$

$$3) y = 3 \operatorname{arctg} x + \frac{5}{x} \cdot 5^x$$

$$8) y = \frac{1+x^2}{\operatorname{arctg} x} + 2 \operatorname{ctg} x$$

$$4) y = (x^2 - 9) \ln x$$

$$9) y = e^x \cdot \sin x + \frac{3x^5}{\ln x}$$

$$5) y = 3 \operatorname{tg} x \cdot x^3$$

$$10) y = 7^x \cdot \ln 7 + x^7 \cdot \sqrt{7}$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \cos 5x$$

$$7) y = e^{3x} \cdot \operatorname{arctg} 2x$$

$$2) y = \frac{8}{4x+3}$$

$$8) y = \frac{\sin \sqrt{x}}{\cos 2x} + \ln(1+x^2)$$

$$3) y = (x^4 - 3x)^5$$

$$9) y = (5x-3)^{\sqrt{x}}$$

$$4) y = \sin^4(3-2x)$$

$$10) y = (\sin x)^{\ln(x+3)}$$

$$5) y = \arcsin \frac{1}{x}$$

$$11) y = 4^x \cdot \cos 2x \cdot x^4$$

$$= \operatorname{tg}^3 2x + 2^{\cos x}$$

$$12) y = \frac{(2x-1)^3 \cdot \sqrt{3x+2}}{(3x-4)^2 \cdot \sqrt[3]{1-x}}$$

17

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = x^2 - 4$ в точке $x = -4$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = t^3 + 2t$. Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 3]$ и скорость тела в момент времени $t = 1$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sin 60^\circ 3'$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) x + y + \operatorname{arctg} 3xy = 0 \quad 4) \begin{cases} x = t + \sin 2t \\ y = \cos^3 t \end{cases}$$

$$2) x \ln(1+y^2) + y \ln(1+x^2) = 0 \quad 5) \begin{cases} y = t^2 \cdot \sin t \\ x = t^2 + \cos 2t \end{cases}$$

$$3) x^2 y - y^2 x + (x-y)^3 = 2$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталя.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x} \quad 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \cdot \sin \frac{a}{x} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}{\ln(1-x)} \quad 5) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\pi - 2x)^{\cos x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right) \quad 6) \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x^3}{2(x+1)^2} \quad 2) y = x - \ln(x+1)$$

Вариант 9

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = \frac{7}{3}x^3 + 4x - 3 \quad 3) y = \frac{9}{x-9}$$

$$2) y = \frac{\sqrt{x}}{3} \quad 4) y = \operatorname{tg} 5x$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = \frac{7}{3}x^3 + 4x - 3 \quad 6) y = \frac{5^x}{\ln 5} + e^5 \cdot \ln x$$

$$2) y = \frac{\sqrt{x}}{3} + 5 \operatorname{tg} x \quad 7) y = \frac{x^4}{4} - \frac{4}{x^4}$$

$$3) y = 3 \arcsin x + \frac{6}{x} \cdot e^x \quad 8) y = \frac{\arccos x}{1-x^2} + \frac{2-x^3}{\operatorname{tg} x}$$

$$4) y = (x^2 + 9) \ln x \quad 9) y = e^x \cdot \cos x + \frac{4x^3}{\ln x}$$

$$5) y = 3 \operatorname{ctg} x \cdot x^6 \quad 10) y = 5^x \cdot \ln 5 + x^5 \cdot \sqrt{5}$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \operatorname{tg} 5x \quad 7) y = \ln(2-x^2) + 3^{\sqrt{x}}$$

$$2) y = \frac{9}{3x+5} \quad 8) y = \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sqrt{1+x^2}} + \ln \cos 2x$$

$$3) y = (x^4 + 5x)^3 \quad 9) y = (5x+6)^{\sqrt{x}}$$

$$4) y = \sin^5(4-3x) \quad 10) y = (\sin 3x)^{\ln(x+2)}$$

$$5) y = \arccos \frac{2}{x} \quad 11) y = 5^x \cdot \sin 2x \cdot x^5$$

$$6) y = \operatorname{ctg}^3 x^2 \quad 12) y = \frac{\sqrt{5-3x} \cdot (6x+1)^3}{(6-5x)^2}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $xy = 4$ в точке $x = 1$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = t^3 + \frac{3}{t}$.

Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [4, 5]$ и скорость тела в момент времени $t = 4$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $0,96^3$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) x^2y - y^2x + (x-y)^3 = 0 \quad 4) \begin{cases} x = \sin^3 2t \\ y = 2\cos^3 2t \end{cases}$$

$$2) y \sin x + \cos(x-y) = \cos y \quad 5) \begin{cases} y = t^3 + t \\ x = t^2 + t + 1 \end{cases}$$

$$3) y \ln x - x \ln y = x + y$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталю.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{\sin^2 x} \quad 4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2 x}{x^3}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right) \quad 5) \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{\ln x}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} (3-2x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}} \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 3x - 1}{\sin^2 5x}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x-1}{x^2-2x} \quad 2) y = x^2 - 2 \ln x$$

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = \frac{8}{3}x^3 + 5x - 2 \quad 3) y = \frac{5}{x+5}$$

$$2) y = \frac{\sqrt{x}}{4} \quad 4) y = \operatorname{ctg} 5x$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = \frac{8}{3}x^3 + 5x - 2 \quad 6) y = \frac{3^x}{\ln 3} - e^3 \cdot \ln x$$

$$2) y = \frac{\sqrt{x}}{4} + 5 \operatorname{ctg} x \quad 7) y = \frac{x^5}{5} + \frac{5}{x^5}$$

$$3) y = 7 \arccos x + \frac{7}{x} \cdot 2^x \quad 8) y = \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}$$

$$4) y = (x^3 + 5) \ln x \quad 9) y = \frac{3-x^4}{\operatorname{tg} x}$$

$$5) y = 4 \sin x \cdot x^4 \quad 10) y = 2^x \cdot \sqrt{x} - \frac{\ln x}{x}$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \operatorname{ctg} 5x \quad 7) y = \ln \sin x + e^x \cdot \cos 2x$$

$$2) y = \frac{7}{4x+3} \quad 8) y = \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sqrt{1+x^2}} + 2^{\sqrt{x}} \cdot \arcsin 3x$$

$$3) y = (x^4 + 6x)^5 \quad 9) y = (\operatorname{arctg} 2x)^{3x}$$

$$4) y = \cos^4(3-2x) \quad 10) y = (\sin 2x)^{\ln(x-2)}$$

$$5) y = \operatorname{arctg} \frac{3}{x} \quad 11) y = e^{x^2} \cdot \sqrt{x} \cdot \operatorname{tg} 3x$$

$$6) y = \sin^3 \sqrt{x} \quad 12) y = \frac{\sqrt{4-3x} \cdot (5x+2)^3}{(2-5x)^2}$$

Вариант 10

IV. Написать уравнение касательной к кривой $xy = 4$ в точке $x = 2$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону

$$S = t^3 + \frac{2}{t}. \text{ Найти среднюю скорость за промежуток времени } t \in [3, 4]$$

и скорость тела в момент времени $t = 3$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[3]{26,97}$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) x + y + \operatorname{arctg} 3x + \operatorname{arctg} 2y = 0 \quad 4) \begin{cases} x = t + \ln \cos t \\ y = t - \ln \sin t \end{cases}$$

$$2) (y^2 - x^2)^3 - x^2 y - y - x = 0 \quad 5) \begin{cases} y = t^5 + 2t \\ x = t^3 + 8t - 1 \end{cases}$$

$$3) e^{xy} - (2x + y^2) \cdot e^x = 3$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^4 - 3x^2 - 4} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{\sin^3 x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow +0} x^n \cdot \ln x \quad (n > 0)$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{-1}}{\operatorname{ctg} x} \quad 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x \right)^{\frac{1}{x}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{2x^2}{4x^2 - 1} \quad 2) y = e^{\frac{1}{3-x}}$$

Вариант 11

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 2 + 4x - x^3 \quad 3) y = \frac{2}{x-3}$$

$$2) y = \sqrt{x+1} \quad 4) y = \sin \frac{x}{2}$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 2 + 4x - x^3 \quad 6) y = \frac{5^x}{\ln 5} + \frac{7}{\ln x}$$

$$2) y = \frac{1}{2} \sin x + 3 \arccos x \quad 7) y = \frac{x^6}{6} - \frac{6}{x^6}$$

$$3) y = \frac{5}{x} \cdot 2^x + x^4 \cdot \operatorname{tg} x \quad 8) y = \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} + \frac{5+x^4}{\operatorname{ctg} x}$$

$$4) y = (x^4 - 5x) \cdot \ln x \quad 9) y = 3^x \cdot \sqrt{x} + 2x \ln x$$

$$5) y = 3 \cos x \cdot \sqrt{x} \quad 10) y = \frac{\sqrt{x} + x^3}{2+x^2}$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \sqrt{x+1} \quad 7) y = \operatorname{tg}^4 \sqrt{x}$$

$$2) y = \sin \frac{x}{2} \quad 8) y = \operatorname{arcctg} 2x + \ln \cos x$$

$$3) y = \frac{4}{5x-3} \quad 9) y = (x+5)^{\ln(x+5)}$$

$$4) y = (x^5 + 2x)^3 \quad 10) y = (\arcsin 3x)^{x^2}$$

$$5) y = \sin^3(1 - 3x^2) \quad 11) y = e^{\sqrt{x}} \cdot x^2 \cdot \operatorname{ctg} 2x$$

$$6) y = \arcsin \frac{2}{x} \quad 12) y = \frac{\sqrt{3-5x} \cdot (2x-4)^3}{(5+3x)^2}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $xy = 2$ в точке $x = 1$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = t^3 + \frac{4}{t}$.

Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [2, 3]$ и скорость тела в момент времени $t = 2$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\arcsin 0,05$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$2) x \sin y - y \cos x = 0 \quad 4) \begin{cases} x = \arcsin(t^2 - 1) \\ y = \arccos 2t \end{cases}$$

$$2) (x+y)^3 = (x-2y)^2 \quad 5) \begin{cases} y = t^2 + t + 1 \\ x = t^3 + t \end{cases}$$

$$3) e^{x^2+y^2} = \sin \frac{y}{x}$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 - 2}{x^3 + 4x^2 - 3} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 1-0} (1-x) \ln(1-x)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\ln \operatorname{tg} 2x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2x \operatorname{tg} x} \right) \quad 6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} x \right)^x$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$$

$$2) y = e^{\frac{1}{x-2}}$$

Вариант 12

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 3 + 2x - x^3 \quad 3) y = \frac{2}{x+3}$$

$$2) y = \sqrt{x-1} \quad 4) y = \sin \frac{x}{3}$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 3 + 2x - x^3 \quad 6) y = \frac{x^7}{7} + \frac{7}{x^7}$$

$$2) y = \frac{1}{3} \sin x + 2 \arcsin x \quad 7) y = \frac{7^x}{\ln 7} - \frac{\ln x}{7}$$

$$3) y = \frac{6}{x} \cdot 3^x + 5 \operatorname{tg} x \cdot \sqrt{x} \quad 8) y = \frac{\cos x}{2e^x} - \frac{3x}{1+x^2}$$

$$4) y = (x^4 + 6x) \cdot \ln x \quad 9) y = x^2 \arccos x + \frac{e^x}{1-x^2}$$

$$5) y = e^x \cdot \cos x + \sqrt{2} \cdot x^3 \quad 10) y = 2\sqrt{x} \cdot 2^x + 4\sqrt[3]{x}$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \sqrt{x-1} \quad 7) y = e^{\cos^2 x}$$

$$2) y = \sin \frac{x}{3} \quad 8) y = \operatorname{ctg}^3 \sqrt{x+2}$$

$$3) y = \frac{4}{6x-5} \quad 9) y = (\sin 3x)^{\sqrt{2x}}$$

$$4) y = (x^5 + 3x)^4 \quad 10) y = (\arcsin 2x)^{2x+1}$$

$$5) y = 4 \sin^3 (1-x^2) \quad 11) y = 2^{\sqrt{x}} \cdot x^5 \cdot \operatorname{ctg} 3x$$

$$6) y = \operatorname{arctg} \frac{3}{x} \quad 12) y = \frac{\sqrt[3]{4-5x} \cdot (2x+3)^3}{(5+3x)^2}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $xy = 2$ в точке $x = 2$

, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = t^3 + \frac{5}{t}$.

Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [2, 4]$ и скорость тела в момент времени $t = 2$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\operatorname{tg} 44^\circ 56'$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) e^{xy} - x^2 + y^2 = 0 \quad 4) \begin{cases} x = \operatorname{ctg} t \\ y = \cos^2 t \end{cases}$$

$$2) y \ln x - x \ln y = x + y \quad 5) \begin{cases} x = \frac{2-t}{2+t^2} \\ y = \frac{t^2}{2+t^2} \end{cases}$$

$$3) (x+2y)^3 = (x-y)^2$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталя.

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 4 - x^4}{3x^2 + 4 - x^4} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow 1} \sec \frac{\pi x}{2} \cdot \ln \frac{1}{x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a^x}{x} \quad 6) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x^3}{2(x-1)^2} \quad 2) y = e^{\frac{1}{x+2}}$$

Вариант 13

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 4 + 3x - x^3 \quad 3) y = \frac{3}{x-2}$$

$$2) y = \sqrt{x-2} \quad 4) y = \cos \frac{x}{3}$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 4 + 3x - x^3 \quad 6) y = \frac{8^x}{\ln 8} - \frac{\ln x}{8}$$

$$2) y = \frac{1}{3} \cos x + 3 \arccos x \quad 7) y = \frac{x^8}{8} + \frac{8}{x^8}$$

$$3) y = 6e^x \cdot x^3 + \sqrt{x} \cdot \operatorname{ctg} x \quad 8) y = \frac{\sin x}{1+x^2} + \frac{3x}{\ln x}$$

$$4) y = (x^3 + 3x^2) \cdot 2^x \quad 9) y = x^3 \arcsin x - \frac{e^x}{1-x^2}$$

$$5) y = 2 \ln x + 3 \cdot \sqrt[3]{x} \quad 10) y = 2 \operatorname{arctg} x + \sqrt[3]{2} \cdot e^x$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \sqrt{x-2} \quad 7) y = e^{\sin^2 x}$$

$$2) y = \cos \frac{x}{3} \quad 8) y = \operatorname{ctg}^3 \sqrt{2x-1}$$

$$3) y = \frac{5}{6x+7} \quad 9) y = (\arcsin 3x)^{\frac{1}{x}}$$

$$4) y = (x^5 + 3x^2)^3 \quad 10) y = (3x+1)^{\cos 2x}$$

$$5) y = 5 \sin^3 (2-x) \quad 11) y = 3^{\sqrt{x}} \cdot x^3 \cdot \cos 3x$$

$$6) y = \operatorname{arcctg} \frac{3}{x} \quad 12) y = \frac{\sqrt[3]{5-3x} \cdot (2x-4)^2}{(3-8x)^3}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $xy = 3$ в точке $x = 1$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = t^3 + \frac{6}{t}$.

Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [2, 3]$ и скорость тела в момент времени $t = 3$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала \ln 1,2.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) 2x^2 + xy - y^3 = 0 \quad 4) \begin{cases} x = e^{2t} \\ y = \cos t \end{cases}$$

$$2) \ln x = \operatorname{arctg} \frac{x}{y} \quad 5) \begin{cases} x = 3 \cos^2 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}$$

$$3) e^{x+y} + \sin(xy) = y^3$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x}{\frac{1}{2} \ln \frac{x-1}{x+1}} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 2} (2-x) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln \operatorname{tg} 2x}{\ln \operatorname{tg} x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} 2x)^{\sin 4x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right) \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{1}{x^2}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x^3 - 4}{4x^2} \quad 2) y = \frac{1}{e^{2x} - 1}$$

Вариант 14

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 5 + 4x - 2x^3 \quad 3) y = \frac{4}{x+2}$$

$$2) y = \sqrt{x+3} \quad 4) y = \sin \frac{x}{4}$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 5 + 4x - 2x^3 \quad 6) y = \frac{3}{x^3} - \frac{x^3}{3}$$

$$2) y = \frac{1}{3} \sin x + 2 \operatorname{arctg} x \quad 7) y = \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{\ln x}{3}$$

$$3) y = 3 \cdot 3^x \cdot x^4 + 2 \operatorname{tg} x \quad 8) y = \frac{\cos x}{2-x} - \frac{\sqrt{x}}{\sin x}$$

$$4) y = (x^4 + 2x^3) \cdot e^x \quad 9) y = x^5 \arccos x + \frac{1+x^2}{\operatorname{ctg} x}$$

$$5) y = 2 \cos x \cdot \sqrt[3]{x} \quad 10) y = 4 \sqrt{x} + 2 \ln x$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \sqrt{x+3} \quad 7) y = e^{\ln^2 x}$$

$$2) y = \sin \frac{x}{4} \quad 8) y = \operatorname{tg}^3 \sqrt{4x+1}$$

$$3) y = \frac{6}{3x-2} \quad 9) y = (\arccos 3x)^{\frac{1}{x}}$$

$$4) y = (x^5 - 3x^2)^3 \quad 10) y = (4x+2)^{\ln(x-1)}$$

$$5) y = 4 \sin^3(3-x) \quad 11) y = 4^{\sqrt{x}} \cdot x^4 \cdot \operatorname{tg} 4x$$

$$6) y = \arcsin \frac{\sqrt{x}}{2} \quad 12) y = \frac{(4x+5)^3 \cdot \sqrt{7-3x}}{(8-x)^2}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $xy = 3$ в точке $x = 2$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = t^3 + \frac{6}{t}$.

Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 2]$ и скорость тела в момент времени $t = 2$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[4]{17}$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) 3x^3 + x^2 y - y^3 = 0 \quad 4) \begin{cases} x = \cos \frac{t}{2} \\ y = t - \sin t \end{cases}$$

$$2) \ln x = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \quad 5) \begin{cases} x = \operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t \\ y = 2 \ln \operatorname{ctg} t \end{cases}$$

$$3) y^3 \cdot x^2 + 6^x = 6^y$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin^2 2x} \quad 4) \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot e^{-x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 3x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right) \quad 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x \right)^{\frac{1}{2x}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x}{(x-1)^2} \quad 2) y = x - \ln(x+1)$$

Вариант 15

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 6 + 5x - 2x^3 \quad 3) y = \frac{5}{x-2}$$

$$2) y = \sqrt{x-3} \quad 4) y = \operatorname{tg} \frac{x}{4}$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 6 + 5x - 2x^3 \quad 6) y = \frac{5}{x^3} - \frac{x^3}{5}$$

$$2) y = \frac{1}{4} \operatorname{tg} x - 5 \arcsin x \quad 7) y = \frac{5^x}{\ln 5} - \frac{\ln x}{5}$$

$$3) y = 4 \cdot 4^x \cdot x^4 + e^x \cdot \sqrt{x} \quad 8) y = \frac{\arccos x}{x^2 - 2x} + \frac{4 \ln x}{\sqrt{x}}$$

$$4) y = (x^3 - x^5) \cdot \ln x \quad 9) y = \frac{\cos x}{3-x} + \frac{2}{x}$$

$$5) y = x^3 \cdot \arcsin x + 4\sqrt[3]{x} \quad 10) y = (2 + x^2) \operatorname{ctg} x + \sqrt{3} \cdot x^3$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \sqrt{x-3} \quad 7) y = 2^{\ln x}$$

$$2) y = \operatorname{tg} \frac{x}{4} \quad 8) y = \operatorname{ctg}^2 \sqrt{5x+2}$$

$$3) y = \frac{5}{7x+3} \quad 9) y = (\sin 2x)^{(x+2)}$$

$$4) y = (x^6 - 3x^4)^3 \quad 10) y = (\operatorname{arctg} 4x)^{\sqrt{x}}$$

$$5) y = 4 \sin^3 (3-x) \quad 11) y = 5^{\sqrt{x}} \cdot x^5 \cdot \lg x$$

$$6) y = \arccos e^x \quad 12) y = \frac{(4-3x)^4 \cdot \sqrt{5x+1}}{(2x+3)^2}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $xy = 3$ в точке $x = -2$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = t^3 - \frac{6}{t}$

. Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 3]$ и скорость тела в момент времени $t = 2$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[5]{31}$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) 5x^3 + xy^2 - 2y^3 = 0 \quad 4) \begin{cases} x = \sin \frac{t}{2} \\ y = \cos t \end{cases}$$

$$2) \ln x + \ln y = \operatorname{arctg} \frac{x}{y} \quad 5) \begin{cases} x = \arcsin (t^2 - 1) \\ y = \arccos 2t \end{cases}$$

$$3) e^{x+y} + \sin (xy) = x^2$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопитала.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{x - \operatorname{tg} x} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin 2x}{\ln \sin x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow a} \left(2 - \frac{x}{a} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \cdot \sin \frac{a}{x} \right) \quad 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{\ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{(x-3)^2}{4(x-1)} \quad 2) y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

Вариант 16

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 2 + 4x - 3x^3 \quad 3) y = \frac{6}{2x+1}$$

$$2) y = \sqrt{1-x} \quad 4) y = \operatorname{ctg} \frac{x}{4}$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 2 + 4x - 3x^3 \quad 6) y = \frac{5}{x^4} - \frac{x^4}{5}$$

$$2) y = \frac{1}{4} \operatorname{ctg} x - 7 \arccos x \quad 7) y = \frac{7^x}{\ln 7} - \frac{\ln x}{7}$$

$$3) y = 5 \cdot 5^x \cdot x^5 + e^x \cdot 2\sqrt[3]{x} \quad 8) y = \frac{\sin x}{5-x} + \frac{3}{x^2}$$

$$4) y = (x^2 - x^4) \cdot 2^x \quad 9) y = \frac{6 \ln x}{\sqrt{x}} + \frac{\arcsin x}{x^2 + 3x}$$

$$5) y = x^3 \cdot \operatorname{arctg} x + 3^x \cdot \ln x \quad 10) y = (3 - x^2) \cos x + \sqrt{3}$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \sqrt{1-x} \quad 7) y = 3^{\ln(x+2)}$$

$$2) y = \operatorname{ctg} \frac{x}{4} \quad 8) y = \operatorname{ctg}^4 \sqrt{4x-3}$$

$$3) y = \frac{7}{5x-3} \quad 9) y = (\arcsin 5x)^{\sqrt{x+2}}$$

$$4) y = (x^5 + 4x^3)^4 \quad 10) y = (3x-2)^{\sin 2x}$$

$$5) y = 6 \cos^3(5-2x) \quad 11) y = 4^{\sqrt{x}} \cdot x^3 \cdot \ln(x+1)$$

$$6) y = \operatorname{arctg}^5 e^x \quad 12) y = \frac{(2-5x)^3 \cdot \sqrt{4x+1}}{(3x+2)^2}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = x^3 + 1$ в точке $x = 1$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = 2/t + t^3$.

Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [2, 3]$ и скорость тела в момент времени $t = 3$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[3]{8,01}$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$2) 4x^3 + x^2 y^2 + 2y^4 = 0 \quad 4) \begin{cases} x = \cos \frac{t}{2} \\ y = \sin t \end{cases}$$

$$2) \ln(x+y) + \ln x = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \quad 5) \begin{cases} x = \arccos 2t \\ y = \arcsin(t^2 - 1) \end{cases}$$

$$3) e^x \cdot 2^{x+y} - 2^y = y^3$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x}{\frac{1}{2} \ln \frac{x-1}{x+1}}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 2-0} (2-x) \ln(2-x)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 4x}{\operatorname{tg} 6x}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \pi} \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} \right)^{\sin x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x-2} \right)$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\frac{1}{x^2}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{1}{x^2 - 9}$$

$$2) y = (x+2) e^{\frac{1}{x}}$$

Вариант 17

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 3 + 5x - 4x^3 \quad 3) y = \frac{7}{3x-1}$$
$$2) y = \sqrt{2-x} \quad 4) y = \sin \frac{x}{5}$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 3 + 5x - 4x^3 \quad 6) y = \frac{7}{x^5} - \frac{x^5}{7}$$
$$2) y = \frac{1}{5} \sin x + 7 \operatorname{arctg} x \quad 7) y = \frac{2^x}{3\sqrt{x}} + \frac{5-x^4}{\sin x}$$
$$3) y = (x^3 - x^4) \cdot e^x \quad 8) y = \frac{\cos x}{6-3x} - \frac{2}{x^3}$$
$$4) y = 6 \cdot x^6 \cdot 6^x + 2\sqrt[3]{x} \quad 9) y = \frac{2 \operatorname{arcsin} x}{x^3 + 3x} + \frac{10^x}{\sqrt{x}}$$
$$5) y = x^4 \cdot \arccos x + 3 \ln x \quad 10) y = 2 \ln x - \sqrt{3} \operatorname{tg} x$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \sqrt{2-x} \quad 7) y = 3^{\ln(x-5)}$$
$$2) y = \sin \frac{x}{5} \quad 8) y = \operatorname{tg}^5 \sqrt{3x+4}$$
$$3) y = \frac{7}{6x+5} \quad 9) y = (\arccos 3x)^{\sqrt{x+3}}$$
$$4) y = (x^5 + 5x^4)^3 \quad 10) y = (2x+1)^{\sin 5x}$$
$$5) y = \operatorname{arctg} e^{2x} \quad 11) y = 5^{\sqrt{x}} \cdot x^5 \cdot \ln(x+2)$$
$$6) y = \operatorname{arctg}^5 e^x \quad 12) y = \frac{(3-7x)^3 \cdot \sqrt[3]{5x-3}}{(4x+1)^3}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = x^3 + 1$ в точке $x = -1$, построить кривую и касательную.

У. Тело движется прямолинейно по закону $S = \frac{3}{t} + 2t^3$.

Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 2]$ и скорость тела в момент времени $t = 2$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала \ln 1,2.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) 3x^2 + 2y^4 - x^3 y^3 = 0 \quad 4) \begin{cases} x = t + \ln \cos t \\ y = t - \ln \sin t \end{cases}$$
$$2) 2^{x+y} + 2^y = y^3 \quad 5) \begin{cases} x = t^5 + 2t \\ y = t^3 + 8t - 1 \end{cases}$$

$$3) \ln(2x + 3y) + \ln x = \operatorname{arctg} y$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{2}}{\frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 4-0} (4-x) \ln(4-x)$$
$$2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 6x}{\operatorname{tg} 4x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow 2\pi} \left(\operatorname{tg} \frac{x}{4} \right)^{\sin x}$$
$$3) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{3}{x^2-9} - \frac{1}{x-3} \right) \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 4x)^{\frac{1}{x^2}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2} \quad 2) y = x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Вариант 18

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 7 + 6x - 2x^3 \quad 3) y = \frac{6}{x+3}$$

$$2) y = \sqrt{x-4} \quad 4) y = \cos \frac{x}{5}$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 7 + 6x - 2x^3 \quad 6) y = \frac{8}{x^4} - \frac{x^4}{8}$$

$$2) y = \frac{1}{5} \cos x - 6 \arccos x \quad 7) y = \frac{10^x}{\ln 10} - \frac{\ln x}{10}$$

$$3) y = -\frac{3}{x^4} \cdot 4^x \quad 8) y = \frac{\operatorname{tg} x}{4-2x} + \frac{3}{x}$$

$$4) y = (x^4 - x^5) \ln x \quad 9) y = x^4 \operatorname{arctg} x - \frac{3+x^3}{3 \operatorname{ctg} x}$$

$$5) y = e^x \cdot \log_3 x + 3\sqrt[3]{x} \quad 10) y = \arcsin x \cdot (x^3 - 3x)$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \sqrt{x-4} \quad 7) y = 3^{\sin 2x}$$

$$2) y = \cos \frac{x}{5} \quad 8) y = \sin^3 \ln x$$

$$3) y = \frac{7}{8x-4} \quad 9) y = (\operatorname{arcctg} 5x)^{x^3}$$

$$4) y = (x^5 - 5x)^3 \quad 10) y = (\cos 2x)^{\sqrt{x+2}}$$

$$5) y = 4 \operatorname{tg}^3 (3-x^2) \quad 11) y = 5^x \cdot x^5 \cdot \ln (5x+2)$$

$$6) y = \operatorname{arctg} \sqrt{x} \quad 12) y = \frac{(5-2x)^4 \cdot \sqrt{6x-2}}{(4x-3)^2}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = x^3 - 1$

в точке $x = 2$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = \frac{5}{t} + 3t^3$.

Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [2, 3]$ и скорость тела в момент времени $t = 3$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала arctg 1,04.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) 4x^3 + x^2 y - 3y^4 = 0 \quad 4) \begin{cases} x = \operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t \\ y = 2 \ln \operatorname{ctg} t \end{cases}$$

$$2) \ln x + \ln y = \ln (x+y) \quad 5) \begin{cases} x = e^{\sqrt{t}} \\ y = \cos \sqrt{t} \end{cases}$$

$$3) y^3 - \sin (xy) = x^2$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталю.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{\operatorname{tg} x - x} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{1}{\ln(1-e^x)}}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin 2x}{\ln \sin 4x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow 2a} \left(3 - \frac{x}{a} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4a}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \cdot \sin \frac{a}{2x} \right) \quad 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{\ln \left(1 + \frac{2}{x} \right)}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{(x-3)^2}{4(x+1)} \quad 2) y = x^3 \cdot e^{-x}$$

Вариант 19

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 8 + 7x - 3x^2 \quad 3) y = \frac{7}{x-5}$$

$$2) y = \sqrt{x+4} \quad 4) y = \operatorname{tg} \frac{x}{5}$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 8 + 7x - 3x^2 \quad 6) y = \frac{6}{x^3} - \frac{x^3}{6}$$

$$2) y = \frac{1}{5} \operatorname{tg} x - \log_2 x \quad 7) y = \frac{\ln x}{\sin x} + \frac{3 \cos x}{3-x^3}$$

$$3) y = -7 \arccos x + 4 \cos x \quad 8) y = \frac{9^x}{\ln 9} + \frac{5}{x^2}$$

$$4) y = \frac{4}{x^5} \cdot 5^x \quad 9) y = \frac{\arcsin x}{x^5 - 5x} + \frac{4-x^4}{3 \operatorname{ctg} x}$$

$$5) y = (x^6 - 6x) \cdot \ln x \quad 10) y = 6 \cdot 6^x \cdot \sqrt{x} - 3 \sqrt[3]{x}$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \sqrt{x+4} \quad 7) y = 3^{\cos 2x}$$

$$2) y = \operatorname{tg} \frac{x}{5} \quad 8) y = \ln^3 \sin 5x$$

$$3) y = \frac{8}{9x+3} \quad 9) y = (\sqrt{x})^{\sin 3x}$$

$$4) y = (x^6 - 6x)^3 \quad 10) y = (2x-4)^{\ln(x+2)}$$

$$5) y = 5 \operatorname{ctg}^3(4-x^2) \quad 11) y = 4 \sqrt{3x} \cdot e^{2x} \cdot \cos 5x$$

$$6) y = \operatorname{arctg} \sqrt{x} \quad 12) y = \frac{(6-3x)^4 \cdot \sqrt{5x+3}}{(6x-5)^2}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = x^3 - 1$ в точке $x = -2$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = \frac{4}{t} + 2t^2$.

Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 3]$ и скорость тела в момент времени $t = 2$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\arcsin 0,05$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) x^3 + y^3 = 2xy \quad 4) \begin{cases} x = 2 \cos^3 2t \\ y = \sin^3 2t \end{cases}$$

$$2) \ln y + \ln x = \sin \frac{x}{y} \quad 5) \begin{cases} x = t^5 + 2t \\ y = t^3 + 8t - 1 \end{cases}$$

$$3) 2^{xy} + 2^{x+y} = 2$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin^2 x} \quad 4) \lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\operatorname{tg} 6x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 2^x)^{\frac{1}{x}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x+1} \right) \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot e^{\frac{1}{x^2}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x}{(x+1)^2} \quad 2) y = x - \ln(x-1)$$

Вариант 20

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 9 + 8x - 4x^3 \qquad 3) y = \frac{8}{x-6}$$

$$2) y = \sqrt{2x-1} \qquad 4) y = \operatorname{ctg} \frac{x}{5}$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 9 + 8x - 4x^3 \qquad 6) y = \frac{8}{x^4} - \frac{x^4}{8}$$

$$2) y = \frac{1}{5} \operatorname{ctg} x + \log_3 x \qquad 7) y = \frac{e^x}{\ln 2} + \frac{2}{x^2}$$

$$3) y = 5 \operatorname{arctg} x + 3^x \qquad 8) y = \frac{\ln x}{\cos x} + \frac{\arcsin x}{\sqrt{x}}$$

$$4) y = \frac{5}{x^9} \cdot 9^x \qquad 9) y = \frac{x^6 - 6x}{\operatorname{arctg} x}$$

$$5) y = (x^7 - 7x) \cdot \ln x \qquad 10) y = 3\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{3} \cdot e^x$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \sqrt{2x-1} \qquad 7) y = 2^{\cos^2 x}$$

$$2) y = \operatorname{ctg} \frac{x}{5} \qquad 8) y = \ln^3 \sqrt{2x+1}$$

$$3) y = \frac{9}{4-3x} \qquad 9) y = \left(\frac{1}{x}\right)^{\cos 2x}$$

$$4) y = (x^7 - 7x)^3 \qquad 10) y = (\sin 3x)^{\sqrt{1-2x}}$$

$$5) y = 3 \sin^3 (1-x^2) \qquad 11) y = 5e^{3x} \cdot \sin 2x \cdot \sqrt{1+2x}$$

$$6) y = \arcsin \ln x \qquad 12) y = \frac{(3-x)^4 \cdot \sqrt{2x-1}}{(5x+2)^2}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = \sqrt{x}$ в точке $x = 4$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = \frac{5}{t} + 5t^2$.

Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [2, 4]$ и скорость тела в момент времени $t = 2$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала arctg 1,02.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) x^3 - y^3 + 3xy = 2 \qquad 4) \begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \operatorname{arctg} t \end{cases}$$

$$2) y^3 = \ln y + \ln x \qquad 5) \begin{cases} x = e^{2t} \\ y = \cos t \end{cases}$$

$$3) 3^{x+y} - 3^{xy} = 3x$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\arcsin 3x} \qquad 4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}{\ln(1-x)} \qquad 5) \lim_{x \rightarrow 0} (\arcsin x)^{\operatorname{tg} x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} (x-2) \cdot \operatorname{ctg} \pi(x-2) \qquad 6) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 4x)^{\frac{3}{x^2}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 \qquad 2) y = e^{\frac{1}{3-x}}$$

Вариант 21

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 10 + 9x - 5x^3 \quad 3) y = \frac{9}{x-7}$$

$$2) y = \sqrt{2x+1} \quad 4) y = \sin \frac{x}{6}$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 10 + 9x - 5x^3 \quad 6) y = \frac{10}{x^5} - \frac{x^5}{10}$$

$$2) y = \frac{1}{6} + 5 \log_5 x \quad 7) y = \frac{e^x}{\ln 5} + \frac{\ln x}{\sqrt{5}}$$

$$3) y = 6 \operatorname{arctg} x + 10^x \quad 8) y = \frac{\sin x}{\ln x} + \frac{\arccos x}{\sqrt{x}}$$

$$4) y = (x^8 + 8x) \cdot \ln x \quad 9) y = \frac{5-x^3}{\operatorname{tg} x} + \frac{2 \cdot 3^x}{\sqrt{x}}$$

$$5) y = \frac{10}{x^{10}} \cdot 10^x \quad 10) y = 3^x \cdot \ln x + \sqrt[3]{3} \cdot e^x$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \sqrt{2x+1} \quad 7) y = 5^{\lg^2 x}$$

$$2) y = \sin \frac{x}{6} \quad 8) y = \ln^3 \sin x$$

$$3) y = \frac{5}{6-3x} \quad 9) y = \left(\frac{1}{x^2}\right)^{\sin 3x}$$

$$4) y = (x^4 - 4x)^5 \quad 10) y = \sqrt{x+1}^{\ln(x+2)}$$

$$5) y = 2 \cos^4(2-x^2) \quad 11) y = 2^x \cdot \sqrt{3x} \cdot \sin 5x$$

$$6) y = \arcsin^3 \ln x \quad 12) y = \frac{(4-5x)^3 \cdot \sqrt{3x+1}}{(5x-3)^2}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = \sqrt[3]{x}$ в точке $x = 1$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = \frac{6}{t} + 6t^2$.

Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [2, 3]$ и скорость тела в момент времени $t = 3$ с.

VI. Вычислить прилб. с помощью дифференциала $\sin 31^\circ$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$3) x^4 - y^4 + 4xy = 3 \quad 4) \begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$$

$$2) \ln x - \ln y = (y+x)^2 \quad 5) \begin{cases} x = \frac{2-t}{2+t^2} \\ y = \frac{t^2}{2+t^2} \end{cases}$$

$$3) 5^{x+y} + 5^{xy} = 5x$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\arcsin 2x} \quad 4) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg}(\pi x/4)}{\ln(2-x)} \quad 5) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 2^x)^{\frac{1}{x}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 3} (x-3) \operatorname{ctg} \pi(x-3) \quad 6) \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{2}{1-x}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{2x^2}{4x^2 - 1} \quad 2) y = x - \ln(x+1)$$

Вариант 22

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 7 + 8x - 6x^3 \qquad 3) y = \frac{8}{x+9}$$

$$2) y = \sqrt{2x-3} \qquad 4) y = \cos \frac{x}{6}$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 7 + 8x - 6x^3 \qquad 6) y = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{x^3}$$

$$2) y = \frac{1}{6} \cos x + \log_2 x \qquad 7) y = \frac{e^x}{\ln 2} + \frac{\ln x}{e^2}$$

$$3) y = -7 \arcsin x + \sqrt[3]{x^2} \qquad 8) y = \frac{x\sqrt{x}}{\ln x} + \frac{\sin x}{x^2 - 2x^3}$$

$$4) y = \frac{2}{x^2} \cdot 2^x + x^2 \cos x \qquad 9) y = \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 - 3} - \frac{3^x}{2\sqrt{x}}$$

$$5) y = (x^4 - 4x) \cdot \ln x \qquad 10) y = \sqrt{2} \cdot \arcsin x + 3 \operatorname{tg} x$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \sqrt{2x-3} \qquad 7) y = 3^{\operatorname{ctg}^2 x}$$

$$2) y = \cos \frac{x}{6} \qquad 8) y = \ln^4 \cos 2x$$

$$3) y = \frac{3}{1-6x} \qquad 9) y = (\sin 4x)^{\frac{1}{x^2}}$$

$$4) y = (x^3 - 2x)^4 \qquad 10) y = (x^2 + 1)^{\cos 3x}$$

$$5) y = 3 \operatorname{tg}^4 (3 + x^2) \qquad 11) y = \sqrt[4]{x} \cdot e^{4x} \cdot \sin 4x$$

$$6) y = \arcsin^3 e^x \qquad 12) y = \frac{(3-2x)^4 \cdot \sqrt{3x+1}}{(5x-4)^2}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = \sqrt[3]{x}$ в точке $x = -1$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = \frac{3}{t} + 3t^2$.

Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 3]$ и скорость тела в момент времени $t = 2$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\ln 1,01$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) x^5 + y^5 + 5xy = 4 \qquad 4) \begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \operatorname{arctg} t \end{cases}$$

$$2) \ln(x^2 + y^2) - \ln(xy) = x^3 \qquad 5) \begin{cases} x = 2^{\sqrt{t}} \\ y = 2^{-\sqrt{t}} \end{cases}$$

$$2) 3^{x+y} + 3^{xy} = 3y$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\arcsin 3x} \qquad 4) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{2x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{\cos x} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{8}}{\ln(4-x)} \qquad 5) \lim_{x \rightarrow +\infty} (3^x + x)^{\frac{2}{x}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -1} (x+1) \operatorname{ctg} \pi(x+1) \qquad 6) \lim_{x \rightarrow -1} (2+x)^{\frac{3}{x+1}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x^3 - 4}{4x^2} \qquad 2) y = \frac{1}{e^{2x} - 1}$$

Вариант 23

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 5 + 6x - 4x^3 \quad 3) y = \frac{2}{x-7}$$

$$2) y = \sqrt{3x+1} \quad 4) y = \operatorname{tg} \frac{x}{6}$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 5 + 6x - 4x^3 \quad 6) y = \frac{x^4}{4} + \frac{4}{x^4}$$

$$2) y = \frac{1}{6} \operatorname{tg} x + \log_5 x \quad 7) y = \frac{e^x}{\ln 3} - \frac{\ln x}{\sqrt{3}}$$

$$3) y = -4 \arccos x + 3^x \cdot \ln 3 \quad 8) y = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x}} + \frac{3 \sin x}{x^3 - 3x^2}$$

$$4) y = \frac{3}{x^3} \cdot 3^x + x \sqrt{x} \quad 9) y = \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 2x} - 5^x \cdot \sqrt[3]{x}$$

$$5) y = (x^5 + 5x) \cdot \ln x \quad 10) y = \sqrt{2} \cdot \arcsin x + x^3 \cdot \operatorname{tg} x$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \sqrt{3x+1} \quad 7) y = 4^{\sin^3 x}$$

$$2) y = \operatorname{tg} \frac{x}{6} \quad 8) y = \ln^5 \operatorname{tg} 3x$$

$$3) y = \frac{4}{2-3x} \quad 9) y = (\cos 4x)^{\ln x}$$

$$4) y = (x^3 + x^2)^5 \quad 10) y = (3x + 1)^{\sin 5x}$$

$$5) y = 4 \operatorname{ctg}^3 (5 + x^2) \quad 11) y = 5^x \cdot e^{5x} \cdot \sqrt{5x}$$

$$6) y = \arccos^3 \sqrt{x} \quad 12) y = \frac{(2-3x)^5 \cdot \sqrt{5x+2}}{(4x+3)^2}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = \sqrt[3]{x-1}$ в точке $x = 2$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = \frac{4}{t} + 4t^2$.

Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 2]$ и скорость тела в момент времени $t = 2$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $e^{0.2}$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) (x+y)^3 + 4xy = 5 \quad 4) \begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \operatorname{arctg} t \end{cases}$$

$$2) 4^{x+y} + 4^{xy} = 4y \quad 5) \begin{cases} x = e^{-t} \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$$

$$3) \ln(2x+3y) + \ln(xy) = x^2$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin^2 x} \quad 4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2 x}{2x^3}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{1-e^x} \right) \quad 5) \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{\ln x}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} (5-2x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}} \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 4x - 1}{\sin^2 3x}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{1}{1-x^2} \quad 2) y = (x+2) \cdot e^{\frac{1}{x}}$$

Вариант 24

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 4 + 5x - 2x^3 \quad 3) y = \frac{3}{x+8}$$

$$2) y = \sqrt{3x-2} \quad 4) y = \operatorname{ctg} \frac{x}{6}$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 4 + 5x - 2x^3 \quad 6) y = \frac{x^5}{5} - \frac{5}{x^5}$$

$$2) y = \frac{1}{6} \operatorname{ctg} x + \log_3 x \quad 7) y = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{\ln x}{\sqrt{2}}$$

$$3) y = -4 \operatorname{arctg} x + \sqrt[4]{x^3} \quad 8) y = \frac{\operatorname{ctg} x}{\sqrt{x}} + \frac{3 \cos x}{x^4 - 2x^2}$$

$$4) y = \frac{4}{x^4} \cdot 4^x + 2e^x \quad 9) y = \frac{3\sqrt{x}}{\arcsin x} + x^2 \ln x$$

$$5) y = (x^3 + 3x^2) \cdot \ln x \quad 10) y = x\sqrt{x} + \sqrt{2} \operatorname{tg} x$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \sqrt{3x-2} \quad 7) y = 5^{\ln(x+1)}$$

$$2) y = \operatorname{ctg} \frac{x}{6} \quad 8) y = \ln^3 \operatorname{ctg} 5x$$

$$3) y = \frac{5}{3-4x} \quad 9) y = (\operatorname{tg} 3x)^{\sqrt{x}}$$

$$4) y = (x^4 + 2x^3)^5 \quad 10) y = (\arcsin 2x)^{\ln(3x+1)}$$

$$5) y = 5 \sin^4(1 + \sqrt{x}) \quad 11) y = 3^{\sqrt{x}} \cdot x^5 \cdot \cos 5x$$

$$6) y = \operatorname{arctg}^2 \frac{1}{x} \quad 12) y = \frac{(4-5x)^2 \cdot \sqrt[3]{2x-1}}{(3x+2)^3}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = \sqrt[3]{x+1}$ в точке $x = -2$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = 2/t + 3t^2$.

Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [2, 4]$ и скорость тела в момент времени $t = 4$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\operatorname{tg} 46^\circ$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) (2x + 3y)^3 + 3xy = 4 \quad 4) \begin{cases} x = \sqrt[3]{1-\sqrt{t}} \\ y = \sqrt{1-\sqrt[3]{t}} \end{cases}$$

$$2) \ln(x+y) - x^3 = \ln(xy) \quad 5) \begin{cases} x = t \ln t \\ y = \frac{\ln t}{t} \end{cases}$$

$$3) 5^{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + 5^{xy} = 5y$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{5}}{\sqrt{x} - \sqrt{5}} \quad 4) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2 \cos x} - \frac{x}{\operatorname{ctg} x} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{ctg} x - 1}{\sin 4x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x)^{\cos \frac{x}{2}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \sin \frac{2}{x} \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\frac{2}{x^2}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x^3}{2(x+1)^2} \quad 2) y = e^{\frac{1}{x+2}}$$

Вариант 25

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 3 + 4x - 5x^3 \qquad 3) y = \frac{2}{x-8}$$

$$2) y = \sqrt{3x+2} \qquad 4) y = \sin \frac{x}{7}$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 4 + 5x - 2x^3 \qquad 6) y = \frac{x^6}{6} + \frac{6}{x^6}$$

$$2) y = \frac{1}{6} \operatorname{ctg} x + \log_3 x \qquad 7) y = \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{\sqrt[3]{x}}{e^3}$$

$$3) y = -4 \operatorname{arctg} x + \sqrt[4]{x^3} \qquad 8) y = \frac{\sqrt{x}}{\sin x} + \frac{5 \operatorname{tg} x}{x + \sqrt{x}}$$

$$4) y = \frac{4}{x^4} \cdot 4^x + 2e^x \qquad 9) y = \frac{\operatorname{arctg} x}{x^3 - 2x^2} - x^3 \cdot \ln x$$

$$5) y = (x^3 + 3x^2) \cdot \ln x \qquad 10) y = \sqrt{2} \arcsin x + 4^x \cdot \ln 4$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \sqrt{3x+2} \qquad 7) y = 6^{\ln^3 x}$$

$$2) y = \sin \frac{x}{7} \qquad 8) y = \operatorname{ctg}^4 \sqrt{3x}$$

$$3) y = \frac{6}{5-3x} \qquad 9) y = (\operatorname{tg} 5x)^{\ln x}$$

$$4) y = (x^3 - 3x^2)^4 \qquad 10) y = (\arcsin 3x)^{\sqrt{x-2}}$$

$$5) y = 4 \cos^3 \ln x \qquad 11) y = \sqrt[3]{x} \cdot e^{3x} \cdot 2^{\sin x}$$

$$6) y = \operatorname{arctg}^3 \ln x \qquad 12) y = \frac{(5-6x)^2 \cdot \sqrt[3]{3x+1}}{(2x+5)^3}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = \ln x$

в точке $x = 1$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = \frac{3}{t} + 5t^2$.

Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 5]$ и скорость тела в момент времени $t = 3$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала arctg 1,05.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$1) x^2 y - y^2 x + (x - y)^3 = 0 \qquad 4) \begin{cases} x = t \cos t - 2 \sin t \\ y = t \sin t + 2 \cos t \end{cases}$$

$$2) e^{xy} - x^2 + y^2 = 3 \qquad 5) \begin{cases} x = \frac{3at}{1+t^2} \\ y = \frac{3at^2}{1+t^2} \end{cases}$$

$$3) x^3 \sin y + y^3 \sin x = 2$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{4}}{\sqrt{x} - 2} \qquad 4) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{\ln x} - \frac{3x}{\ln x} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg} x - 1}{\cos 2x} \qquad 5) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\cos x)^{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \cdot \sin \frac{3}{x} \right) \qquad 6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x^2} \right)^{2x}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x^3}{2(x-1)^2} \qquad 2) y = e^{\frac{1}{x-2}}$$

Вариант 26

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 5x^3 + 10x - 3 \qquad 3) y = \frac{1}{x+3}$$

$$2) y = 4\sqrt{x} \qquad 4) y = \cos 5x$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 5x^3 + 10x - 3 \qquad 6) y = e^x \ln 3 + \ln x \cdot \sqrt{x}$$

$$2) y = 4\sqrt{x} + 2 \operatorname{ctg} x \qquad 7) y = -\frac{3}{x^3} + \frac{x^3}{3}$$

$$3) y = 3 \sin x + x^5 \cdot e^x \qquad 8) y = \frac{\ln x}{x^5} + \frac{x^4}{2e^x}$$

$$4) y = 2x^3 \cdot \operatorname{arctg} x \qquad 9) y = x^4 \operatorname{tg} x + \frac{\operatorname{tg} x}{x^4}$$

$$6) y = 3^x \cdot \ln x \qquad 10) y = 3^x \ln 2 + x^3 \cdot \sqrt{2}$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \cos 5x \qquad 7) y = e^{2x} \cdot \sin^3 e^x$$

$$2) y = \frac{2}{3x-2} \qquad 8) y = \frac{\operatorname{arctg} 2x}{1-x^2} + \frac{\sin^2 x}{\cos x}$$

$$3) y = (2x^3 - 3)^4 \qquad 9) y = (x-3)^{\sin x}$$

$$4) y = \operatorname{tg}^5 (1-x) \qquad 10) y = (\cos 2x)^{\ln x}$$

$$5) y = \sin (2x+3)^3 \qquad 11) y = x^3 \cdot e^{x^3} \cdot \ln x$$

$$6) y = \ln^3 \cos x \qquad 12) y = \frac{(2x+1)^3 \sqrt{3x-2}}{(3x+4)^2 \cdot \sqrt[3]{1-2x}}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = \frac{x^3}{3}$ в точке

$x = 1$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = 3t^2 + 3$. Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 3]$ и скорость тела в момент времени $t = 2$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\ln 0,97$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$4) x^3 + y^3 = 3 \qquad 4) \begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t \end{cases}$$

$$5) x^4 + 2 \ln y - x^3 e^{2y} = 3 \qquad 5) \begin{cases} x = e^{-t} \cdot \cos t \\ y = e^t \cdot \sin t \end{cases}$$

$$6) x \cos y + y \cos x = 0$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталю.

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^n - 1} \qquad 4) \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a} \qquad 5) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right)$$

$$3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \frac{x+1}{x}}{\ln \frac{x-1}{x}} \qquad 6) \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x^2 + 1}{x} \qquad 2) y = \ln \frac{1+x}{1-x}$$

Вариант 27

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 2x^3 - 4x + 3 \quad 3) y = \frac{2}{x-4}$$

$$2) y = 5\sqrt{x} \quad 4) y = \sin 3x$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 2x^3 - 4x + 3 \quad 6) y = 2^x \cdot \ln x - e^x \cdot \ln 2$$

$$2) y = 5\sqrt{x} + 3 \operatorname{tg} x \quad 7) y = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{x^3}$$

$$3) y = 4 \cos x + e^x \cdot x^6 \quad 8) y = \frac{\ln x}{x^4} + \frac{x^4}{2e^x}$$

$$4) y = 4x^3 \cdot 3^x \quad 9) y = x^5 \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1+x^2}{2e^x}$$

$$5) y = x^4 \cdot \arcsin x \quad 10) y = 4^x \ln 2 + x^4 \cdot \sqrt{2}$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \cos 3x \quad 7) y = e^x \cdot \sqrt{1-e^x} - \arcsin e^x$$

$$2) y = \frac{2}{4x-3} \quad 8) y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{x}{\sin x}$$

$$3) y = (5x^2 + 1)^4 \quad 9) y = (x-4)^{\cos x}$$

$$4) y = \sin^5(1-2x) \quad 10) y = (\cos 3x)^{\ln x}$$

$$5) y = \operatorname{ctg}(2+3x)^3 \quad 11) y = x^5 \cdot e^{x^5} \cdot \ln x$$

$$6) y = \ln^2(2x+1) \quad 12) y = \frac{\sqrt{3x-1} \cdot (6x+5)^2}{(4-3x)^3 \cdot \sqrt[3]{2x-1}}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = \frac{x^3}{3}$ в точке

$x = 2$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = 4t^2 - 1$. Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [2, 5]$ и скорость тела в момент времени $t = 3$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\ln 0,96$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$2) b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2 \quad 4) \begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(t - \cos t) \end{cases}$$

$$2) y^4 + 3 \ln x - 2^y \cdot x^3 = 2 \quad 5) \begin{cases} x = a \cdot \cos^3 t \\ y = a \cdot \sin^3 t \end{cases}$$

$$3) x^2 \cos y - y^2 \cdot \cos x = 0$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1-x^3} \quad 5) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\cos x)^{\frac{\pi}{2}-x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \operatorname{tg} 7x}{\ln \operatorname{tg} 2x}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x^3 + 1}{x^2} \quad 2) y = \frac{\ln x}{x}$$

Вариант 28

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = 3x^3 + 2x - 4 \quad 3) y = \frac{3}{x+4}$$

$$2) y = 6\sqrt{x} \quad 4) y = \cos 3x$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = 3x^3 + 2x - 4 \quad 6) y = \frac{1}{x} \cdot \ln 2 + \frac{\ln x}{\sqrt{3}}$$

$$2) y = 6\sqrt{x} + 3 \cos x \quad 7) y = \frac{\sqrt{x}}{3} + \frac{3}{\sqrt{x}}$$

$$3) y = 2 \operatorname{arctg} x + 2^x \cdot x^5 \quad 8) y = \frac{\arcsin x}{1-x^2}$$

$$4) y = 5x^4 \cdot e^x \quad 9) y = \sqrt{2} \cdot \sin x + \frac{1-x^2}{e^x}$$

$$5) y = \sqrt[3]{x} \cdot \operatorname{tg} x \quad 10) y = 5^x \ln 5 + x^5 \cdot \sqrt{5}$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \cos 3x \quad 7) y = \operatorname{arctg}^4 e^{2x}$$

$$2) y = \frac{3}{2x-5} \quad 8) y = \ln \sin x - \frac{x}{\cos x}$$

$$3) y = (4x^3 + 2x)^5 \quad 9) y = (x+3)^{\sqrt{x}}$$

$$4) y = \cos^4(1-3x) \quad 10) y = (\cos 3x)^{\ln x}$$

$$5) y = \operatorname{tg}(1+2x)^3 \quad 11) y = x^6 \cdot e^{x^6} \cdot \sin 3x$$

$$6) y = \sin^3 \sqrt{x} \quad 12) y = \frac{\sqrt{5x+1} \cdot (2x-3)^3}{(3-5x)^2 \cdot \sqrt[3]{4x+1}}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = 4 - x^2$ в точке $x = 2$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = 4t^2 + 3$. Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 3]$ и скорость тела в момент времени $t = 4$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\ln 0,95$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$2) ax^2 + by^2 = ab \quad 4) \begin{cases} x = a(t^2 - \cos t) \\ y = a(t - \sin t) \end{cases}$$

$$2) 3y^4 - 2 \ln(x-2) + e^y \cdot x^3 = 4 \quad 5) \begin{cases} x = a \cdot \sin^2 t \\ y = b \cdot \cos^3 t \end{cases}$$

$$3) x^3 \cos y + y^3 \cdot \cos x = 0$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталя.

$$1) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot e^{\frac{1}{x^2}}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{e^x - 1} \quad 5) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right)$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin 2x}{\ln \sin 5x} \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{x}{3-x^2} \quad 2) y = x \ln x$$

Вариант 29

I. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1 \quad 3) y = \frac{5}{x-5}$$

$$2) y = 7\sqrt{x} \quad 4) y = \operatorname{tg} 3x$$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1 \quad 6) y = \frac{3^x}{\ln 3} + \sqrt{3} \ln x$$

$$2) y = 7\sqrt{x} + 3 \operatorname{tg} x \quad 7) y = \frac{x^2}{4} - \frac{4}{x^2}$$

$$3) y = 4 \arccos x + \sqrt[3]{x} \cdot e^x \quad 8) y = \frac{\operatorname{arctg} x}{1-x}$$

$$4) y = 3 \ln x \cdot 2^x \quad 9) y = e^x \cdot \sin x + \frac{1+x^2}{\ln x}$$

$$5) y = \sqrt[3]{x} \cdot \operatorname{ctg} x \quad 10) y = x^3 \cdot \sqrt{3} + 3^x \cdot \ln 3$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \operatorname{tg} 3x \quad 7) y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - x \cdot \operatorname{ctg} 2x$$

$$2) y = \frac{5}{4x-3} \quad 8) y = \frac{\cos 2x}{\sin^2 x} - \sqrt{\operatorname{tg} x}$$

$$3) y = (x^3 - 3x)^4 \quad 9) y = (2x-3)^{\frac{1}{x}}$$

$$4) y = \sin^5(2-3x) \quad 10) y = (\ln(x+2))^{\sqrt{x}}$$

$$5) y = \operatorname{arctg} \sqrt{x} \quad 11) y = e^{x^3} \cdot \operatorname{tg} 3x \cdot x^3$$

$$6) y = \cos^3 e^x \quad 12) y = \frac{\sqrt[3]{1-x} \cdot (5x+2)^2}{(4+3x) \cdot \sqrt{5-2x}}$$

IV. Написать уравнение касательной к кривой $y = 4 - x^2$ в точке $x = 1$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = 3t^2 + 5$. Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 4]$ и скорость тела в момент времени $t = 3$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\operatorname{arctg} 1,02$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$3) \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a} \quad 4) \begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \operatorname{arctg} t \end{cases}$$

$$2) e^x \cdot \sin y - e^y \cdot \cos x = 0 \quad 5) \begin{cases} x = 2^{-t} \\ y = 2^{2t} \end{cases}$$

$$3) 2y^3 + \ln(x+3) = e^{2y} \cdot x^3$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\arcsin 3x} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 1} (\ln x \cdot \ln(x-1))$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{ctg} x - 1}{\sin 4x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{\ln x}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}{\ln(1-x)} \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{2}{x^2}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{1}{1-x^2} \quad 2) y = \ln(x^2 - 4)$$

Вариант 30

III. Исходя из определения производной, найти производные функций.

$$1) y = \frac{2}{3}x^3 - 3x + 2$$

$$3) y = \frac{6}{x+6}$$

$$2) y = 8\sqrt{x}$$

$$4) y = \operatorname{ctg} 3x$$

IV. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

$$1) y = \frac{2}{3}x^3 - 3x + 2$$

$$6) y = \frac{e^x}{\ln 2} + \sqrt{2} \ln x$$

$$2) y = 8\sqrt{x} + 3 \operatorname{tg} x$$

$$7) y = \frac{x^2}{5} - \frac{5}{x^2}$$

$$3) y = 5 \arccos x + \frac{3}{x} \cdot 2^x$$

$$8) y = \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x}$$

$$4) y = 4 \ln x \cdot (x^2 + 1)$$

$$9) y = e^x \cdot \operatorname{tg} x + \frac{1-x^2}{\cos x}$$

$$5) y = \frac{\cos x}{3x^5}$$

$$10) y = 3^x \cdot \ln x - x^5 \sqrt{5}$$

III. Найти производные сложных функций.

$$1) y = \operatorname{ctg} 3x$$

$$7) y = e^{2x} \cdot \operatorname{arctg} e^{2x}$$

$$2) y = \frac{6}{5x-2}$$

$$8) y = \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} + \ln \operatorname{tg} x$$

$$3) y = (x^4 + 2x)^3$$

$$9) y = (2x+3)^{\sqrt{x}}$$

$$4) y = \cos^5(3-4x)$$

$$10) y = (\sqrt{x})^{\ln(x+2)}$$

$$5) y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$$

$$11) y = 2^x \cdot \cos 4x \cdot x^5$$

$$6) y = \sin^3 2^x$$

$$12) y = \frac{\sqrt[3]{2-x} \cdot (3x+2)^2}{(4x-5)^3 \cdot \sqrt{3x+4}}$$

13

IV. Написать уравнение касательной к кривой

$y = x^2 - 4$ в точке $x = 2$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону $S = 4t^2 + 5$. Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 4]$ и скорость тела в момент времени $t = 3$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\operatorname{arctg} 0,97$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и параметрически.

$$4) e^{xy} - x^2 + y^2 = 0$$

$$4) \begin{cases} x = at \cos t \\ y = at - \sin t \end{cases}$$

$$2) xy + \arcsin(x+y) = 0$$

$$5) \begin{cases} x = 2^{\sqrt{t}} \\ y = 2^{-\sqrt{t}} \end{cases}$$

$$4) 4y^3 + \ln(x-3) = e^{3y} \cdot x^3$$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$1) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{5}}{\sqrt{x} - \sqrt{5}}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \cdot \sin \frac{a}{x} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos ax}{\ln \cos bx}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right)$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1) y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$$

$$2) y = e^{\frac{1}{x-2}}$$

Вариант 31

1. Исходя из определения производной, найти производные функций.

1) $y = \frac{4}{3}x^3 + 2x - 1$

3) $y = \frac{7}{x-7}$

2) $y = 9\sqrt{x}$

4) $y = \sin 5x$

II. Применяя формулы и правила дифференцирования, найти производные функций.

1) $y = \frac{4}{3}x^3 + 2x - 1$

6) $y = \frac{2^x}{\ln 2} + 2^3 \ln x$

2) $y = 9\sqrt{x} + 5 \sin x$

7) $y = \frac{x^3}{6} - \frac{6}{x^3}$

3) $y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + \frac{4}{x} \cdot 3^x$

8) $y = \frac{\cos x}{3x^6} + 3 \operatorname{tg} x$

4) $y = (x^2 - 4) \ln x$

9) $y = e^x \cdot \operatorname{ctg} x + \frac{1+x^2}{e^x}$

5) $y = 2^x \cdot e^x$

10) $y = 5^x \cdot \ln 5 + x^5 \cdot \sqrt{5}$

III. Найти производные сложных функций.

1) $y = \sin 5x$

7) $y = \ln^4 \sin x + 2^{\cos x}$

2) $y = \frac{7}{6x+5}$

8) $y = \frac{\operatorname{tg} 4x}{e^{3x}} - \sqrt{\operatorname{arcsin} 2x}$

3) $y = (x^4 + 3x)^3$

9) $y = (4x+3)^{\sqrt{x}}$

4) $y = \operatorname{tg}^6(2-5x)$

10) $y = \left(\frac{2}{x}\right)^{\ln(x-3)}$

5) $y = \operatorname{arccotg} \frac{1}{x}$

11) $y = 3^x \cdot \sin 4x \cdot x^5$

6) $y = \cos^3 e^{3x}$

12) $y = \frac{\sqrt[3]{4-3x} \cdot (2x-5)^2}{(5+3x)^3 \cdot \sqrt{1+2x}}$

15

IV. Написать уравнение касательной к кривой

5

$y = x^2 - 4$ в точке $x = -2$, построить кривую и касательную.

V. Тело движется прямолинейно по закону

$S = 5t^2 + 3$. Найти среднюю скорость за промежуток времени $t \in [1, 3]$ и скорость тела в момент времени $t = 2$ с.

VI. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sin 60^\circ 18'$.

VII. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций, заданных неявно и

параметрически.

2) $(x+y)^2 + (x-3y)^3 = 0$ 4) $\begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + t \\ y = \frac{t^2}{2} + \frac{1}{t} \end{cases}$

2) $y \ln x - x \ln y = \ln(xy)$ 5) $\begin{cases} x = t + \ln \cos t \\ y = t - \ln \sin t \end{cases}$

3) $e^{2x-y} + \sin(x^2 \cdot y^2) = 4x^3$

VIII. Найти пределы, используя правило Лопиталья.

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$

4) $\lim_{x \rightarrow 1} \sin(x-1) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$

IX. Провести полное исследование функций и построить их графики.

1) $y = \frac{x}{(x-1)^2}$

2) $y = \frac{e^x}{x}$