Вариант 1.

1. Убедиться, что $(A\cdot B)\cdot C = A\cdot(B\cdot C)$:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & -4\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1\\ 3\\ -1\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что A*A^{-1}= E):

$$\begin{cases}3x_1 + x_2 + 2x_3 = 2\\ -x_1 + 2x_3 = -1\\ x_1 + 2x_2 + x_3 = -1\end{cases}$$

Ответ.$(1,-1,0)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8\\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11\\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -3\end{cases}$$

Ответ.$(\frac{5+3t}{4},\frac{17+7t}{8},t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}5 & 6 & 3\\ -1 & 0 & 1\\ 1 & 2 & -1\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1 = 4,\ \lambda_2 = 2,\ \lambda_3 = -2;$

$\vec{\tau}_1 = t(9,-2,1),\ \vec{\tau}_2 = t(2,-1,0),\ \vec{\tau}_3 = t(0,1,-2).$

Вариант 2.

1. Для данных матриц указать все возможные произведения и найти два из них

$$A=\begin{pmatrix}3 & 2 & 1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}2\\ -1\\ 4\end{pmatrix};E=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что A*A^{-1}= E):

$$\begin{cases}2x_1 + x_2 - x_3 = 7\\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5\\ x_1 + x_3 = 4\end{cases}$$

Ответ.$(3,2,1)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}x_1 + x_2 + x_3 = 1\\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -5\\ 2x_2 + 3x_3 = -4\end{cases}$$

Ответ.$(-2-\frac{3t}{2},3+\frac{t}{2},t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}2 & -1 & 2\\ 5 & -3 & 3\\ -1 & 0 & -2\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = -1;$

$\vec{\tau}_1 = \vec{\tau}_2 = \vec{\tau}_3 = t(1,1,-1).$

Вариант 3.

1. Убедиться, что $(A+B)\cdot C = A\cdot C + B\cdot C$

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}7\\ 2\\ -1\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что $A*A^{-1}= E$):

$$\begin{cases}6x_1 & +7x_2 & +3x_3 & = & -16\\ 3x_1 & +x_2 & & = & -7\\ 2x_1 & +2x_2 & +x_3 & = & -5\end{cases}$$

Ответ.$(-2,-1,1)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}2x_1 & -x_2 & +4x_3 & = & 15\\ 3x_1 & -x_2 & +x_3 & = & 8\\ 5x_1 & -2x_2 & +5x_3 & = & 23\end{cases}$$

Ответ.$(-7+3t, 10t-29, t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=-1,\ \lambda_2=\lambda_3=1;$

$\vec{\tau}_1=t(-1,0,1),\ \vec{\tau}_2=\vec{\tau}_3=t(1,k,1).$

Вариант 4.

1. Для данных матриц указать все возможные произведения и найти два из них

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 0\\ -1 & 3\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ -1\end{pmatrix};D=\begin{pmatrix}3 & 0 & 5\end{pmatrix};$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что $A*A^{-1}= E$):

$$\begin{cases}2x_1 & +3x_2 & +2x_3 & = & 7\\ x_1 & +3x_2 & -x_3 & = & 1\\ 4x_1 & +x_2 & +3x_3 & = & 7\end{cases}$$

Ответ.$(0,1,2)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}3x_1 & -3x_2 & +2x_3 & = & 2\\ 4x_1 & -5x_2 & +2x_3 & = & 1\\ x_1 & -2x_2 & & = & -1\end{cases}$$

Ответ.$(2t-1, t, \frac{5-3t}{2})$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}0 & 2 & 1\\ -2 & 0 & 3\\ -1 & -3 & 0\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=0,\ \lambda_2=\sqrt{-14},\ \lambda_3=-\sqrt{-14};$

$\vec{\tau}_1=t(3,-1,2).$

Вариант 5.

1. Убедиться, что $(A\cdot B)\cdot C = A\cdot(B\cdot C)$:

$$A=\begin{pmatrix}3 & -2 & 1\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1\\ -2\\ 1\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}3 & -1 & 2\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что $A*A^{-1}=E$):

$$\begin{cases}2x_1 & +6x_2 & +x_3 & = & 16\\ x_1 & +3x_2 & +2x_3 & = & 8\\ & x_2 & +x_3 & = & 3\end{cases}$$

Ответ.$(-1,3,0)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}3x_1 & +2x_2 & -4x_3 & = & 8\\ 2x_1 & +4x_2 & -5x_3 & = & 1\\ 5x_1 & +6x_2 & -9x_3 & = & 9\end{cases}$$

Ответ.$(\frac{15+3t}{4},\frac{7t-13}{8},t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\\ -4 & -1 & 0\\ 4 & -8 & -2\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=-2,\ \lambda_2=\lambda_3=1;$

$\vec{\tau}_1=t(0,0,1),\ \vec{\tau}_2=\vec{\tau}_3=t(3,-6,20).$

Вариант 6.

1. Для данных матриц указать все возможные произведения и найти два из них

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 4\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ -1\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}2 & -3 & 4\end{pmatrix};$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что $A*A^{-1}=E$):

$$\begin{cases}x_1 & +7x_2 & +3x_3 & = & 10\\ -4x_1 & +9x_2 & +4x_3 & = & -8\\ & 3x_2 & +2x_3 & = & 4\end{cases}$$

Ответ.$(4,0,2)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}3x_1 & +x_2 & +2x_3 & = & -3\\ 2x_1 & +2x_2 & +5x_3 & = & 5\\ 5x_1 & +3x_2 & +7x_3 & = & 2\end{cases}$$

Ответ.$(\frac{t-1}{4},\frac{21-14t}{4},t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & -3 & -1\\ -2 & 4 & 0\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=0;$

$\vec{\tau}_1=t(2,1,-4).$

Вариант 7.

1. Убедиться, что $(A\cdot B)\cdot C = A\cdot(B\cdot C)$:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & -3\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}-1\\ 3\\ -1\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что A*A^{-1}= E):

$$\begin{cases}2x_1 & +2x_2 & +5x_3 & = & 4\\ 3x_1 & +3x_2 & +6x_3 & = & 3\\ 4x_1 & +3x_2 & +4x_3 & = & -1\end{cases}$$

Ответ.$(0,-3,2)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}4x_1 & -7x_2 & -2x_3 & = & 0\\ 2x_1 & -3x_2 & -4x_3 & = & 6\\ 2x_1 & -4x_2 & +2x_3 & = & -6\end{cases}$$

Ответ.$(21+11t,12+6t,t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=1;$

$\vec{\tau}_1=\vec{\tau}_2=\vec{\tau}_3=t(1,0,0).$

Вариант 8.

1. Для данных матриц указать все возможные произведения и найти два из них

$$A=\begin{pmatrix}2 & 3 & 1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}2\\ -1\\ 4\end{pmatrix};E=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что A*A^{-1}= E):

$$\begin{cases}x_1 & & +3x_3 & = & 10\\ 3x_1 & +x_2 & +7x_3 & = & 26\\ 2x_1 & +x_2 & +8x_3 & = & 28\end{cases}$$

Ответ.$(1,2,3)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}4x_1 & -3x_2 & +x_3 & = & 3\\ x_1 & +x_2 & -x_3 & = & 4\\ 3x_1 & -4x_2 & +2x_3 & = & -1\end{cases}$$

Ответ.$(\frac{7+2t}{5},t,\frac{7t-13}{5})$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ -4 & 4 & 0\\ -2 & 1 & 2\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=2;$

$\vec{\tau}_1=\vec{\tau}_2=\vec{\tau}_3=t(1,2,k).$

Вариант 9.

1. Убедиться, что $\left(A+B\right)\cdot C=A\cdot C+B\cdot C$

$$A=\begin{pmatrix}2&-1&1\\1&1&0\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&-2&1\\0&1&2\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}7\\2\\-1\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что А*А$^{-1}$= Е):

$$\begin{cases}5x_1 & +4x_2 & +2x_3 & = & -15\\ x_1 & +2x_2 & +4x_3 & = & -9\\ 3x_1 & & +5x_3 & = & -19\end{cases}$$

Ответ.$(-3,1,-2)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}x_1 & 5x_2 & +x_3 & = & 3\\ 3x_1 & +2x_2 & -x_3 & = & 7\\ 4x_1 & -3x_2 & & = & 10\end{cases}$$

Ответ.$(\frac{10+3t}{4},t,\frac{2+17t}{4})$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}1&-3&3\\-2&-6&13\\-1&-4&8\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=1;$

$\vec{\tau}_1=\vec{\tau}_2=\vec{\tau}_3=t\left(3,1,1\right).$

Вариант 10.

1. Для данных матриц указать все возможные произведения и найти два из них

$$A=\begin{pmatrix}1&2\\3&0\\-1&3\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&2\\-1&1\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix};D=\begin{pmatrix}3&0&5\end{pmatrix};$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что А*А$^{-1}$= Е):

$$\begin{cases}x_1 & -2x_2 & +5x_3 & = & -4\\ 3x_1 & & +6x_3 & = & -3\\ 4x_1 & +3x_2 & +4x_3 & = & 0\end{cases}$$

Ответ.$(1,0,-1)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}5x_1 & -5x_2 & -4x_3 & = & -3\\ x_1 & -x_2 & +5x_3 & = & 1\\ 4x_1 & -4x_2 & -9x_3 & = & -4\end{cases}$$

Ответ.$(t,\frac{11}{29}+t,\frac{8}{29})$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}4&-5&7\\1&-4&9\\-4&0&5\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=1,\ \lambda_{2,3}=2\pm 3i;$

$\vec{\tau}_1=t\left(1,2,1\right).$

Вариант 11.

1. Убедиться, что $(A\cdot B)\cdot C = A\cdot(B\cdot C)$:

$$A=\begin{pmatrix}3 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1\\ -2\\ 1\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}3 & -1 & 2\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что A*A^{-1}= E):

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = -2\\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = 3\\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1\end{cases}$$

Ответ.$(1,0,-1)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + x_3 = 0\\ 2x_2 - x_4 = 4\\ 3x_1 - x_3 - 2x_4 = 0\end{cases}$$

Ответ.$(r=3)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}5 & 6 & 3\\ -1 & 0 & 1\\ 1 & 2 & -1\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=4,\ \lambda_2=2,\ \lambda_3=-2;$

$\vec{\tau}_1=t(9,-2,1),\ \vec{\tau}_2=t(2,-1,0),\ \vec{\tau}_3=t(0,1,-2).$

Вариант 12.

1. Для данных матриц указать все возможные произведения и найти два из них

$$A=\begin{pmatrix}2 & 3 & -1\\ 1 & -1 & 4\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ -1\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}2 & -3 & 4\end{pmatrix};$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что A*A^{-1}= E):

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1\\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -4\\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1\end{cases}$$

Ответ.$(-1,0,2)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4\\ x_2 - x_3 + x_4 = -3\\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1\\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3\end{cases}$$

Ответ.$(r=3)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}4 & -5 & 2\\ 5 & -7 & 3\\ 6 & -9 & 4\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=\lambda_2=0,\ \lambda_3=1;$

$\vec{\tau}_1=\vec{\tau}_2=t(1,2,3),\ \vec{\tau}_3=t(1,1,1).$

Вариант 13.

1. Убедиться, что $(A\cdot B)\cdot C = A\cdot(B\cdot C)$:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -2\\ 2 & -1 & 2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1\\ 3\\ -1\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что A*A^{-1}= E):

$$\begin{cases}2x_1 & -4x_2 & +2x_3 & = & 2\\ 2x_1 & +3x_2 & -x_3 & = & 8\\ x_1 & -x_2 & +2x_3 & = & -1\end{cases}$$

Ответ.$(3,0,-2)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}3x_1 & +x_2 & +2x_3 & = & -3\\ 2x_1 & +2x_2 & +5x_3 & = & 5\\ 5x_1 & +3x_2 & +7x_3 & = & 2\end{cases}$$

Ответ.$(r=2)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}7 & 0 & 0\\ 10 & -19 & 10\\ 12 & -24 & 13\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=7,\ \lambda_2=1,\ \lambda_3=-7;$

$\vec{\tau}_1=t(7,5,6),\ \vec{\tau}_2=t(0,1,2),\ \vec{\tau}_3=t(0,-5,-6).$

Вариант 14.

1. Для данных матриц указать все возможные произведения и найти два из них

$$A=\begin{pmatrix}3 & -2 & 1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}2 & 3\\ -1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}2\\ -1\\ 4\end{pmatrix};E=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что A*A^{-1}= E):

$$\begin{cases}x_1 & -2x_2 & +x_3 & = & 6\\ 2x_1 & 2x_2 & -3x_3 & = & 0\\ 2x_1 & +x_2 & +2x_3 & = & 2\end{cases}$$

Ответ.$(2,-2,0)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}x_1 & +2x_2 & +x_3 & = & -1\\ 2x_1 & +3x_2 & +4x_3 & = & 1\\ x_1 & +x_2 & +x_3 & = & 2\end{cases}$$

Ответ.$(5,-3,0)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}1 & -3 & 4\\ 4 & -7 & 8\\ 6 & -7 & 7\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=3,\ \lambda_2=-1;$

$\vec{\tau}_1=t(1,2,2),\ \vec{\tau}_2=t(1,2,1).$

Вариант 15.

1. Убедиться, что $(A+B)\cdot C = A\cdot C + B\cdot C$

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}7\\ 2\\ -1\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что A*A^{-1}= E):

$$\begin{cases}3x_1 + x_2 + 2x_3 = 2\\ -x_1 + 2x_3 = -1\\ x_1 + 2x_2 + x_3 = -1\end{cases}$$

Ответ. $(1,-1,0)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8\\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11\\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -3\end{cases}$$

Ответ. $(\frac{5+3t}{4},\frac{17+7t}{8},t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}2 & -1 & 2\\ 5 & -3 & 3\\ -1 & 0 & -2\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=-1;$

$\vec{\tau}_1=\vec{\tau}_2=\vec{\tau}_3=t(1,1,-1).$

Вариант 16.

1. Для данных матриц указать все возможные произведения и найти два из них

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 1 & 0\\ -1 & 3\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ -1\end{pmatrix};D=\begin{pmatrix}3 & 0 & 5\end{pmatrix};$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что A*A^{-1}= E):

$$\begin{cases}2x_1 + x_2 - x_3 = 7\\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5\\ x_1 + x_3 = 4\end{cases}$$

Ответ. $(3,2,1)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}x_1 + x_2 + x_3 = 1\\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -5\\ 2x_2 + 3x_3 = -4\end{cases}$$

Ответ. $(-2-\frac{3t}{2},3+\frac{t}{2},t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}1 & 10 & 3\\ 2 & 1 & -2\\ 3 & 10 & 1\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=1,\ \lambda_2=4,\ \lambda_3=-2;$

$\vec{\tau}_1=t(10,-3,10),\ \vec{\tau}_2=t(1,0,1),\ \vec{\tau}_3=t(-29,12,-11).$

Вариант 17.

1. Убедиться, что $(A\cdot B)\cdot C = A\cdot(B\cdot C)$:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 2 & 3 & 2\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}1\\ -2\\ 1\end{pmatrix}; C=\begin{pmatrix}3 & -1 & 2\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что $A*A^{-1}=E$):

$$\begin{cases}6x_1 + 7x_2 + 3x_3 = -16\\ 3x_1 + x_2 = -7\\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = -5\end{cases}$$

Ответ. $(-2,-1,1)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15\\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 8\\ 5x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 23\end{cases}$$

Ответ. $(-7+3t, 10t-29, t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\\ -4 & -1 & 0\\ 4 & -8 & -2\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=-2,\ \lambda_2=1;$

$\vec{\tau}_1 = t(0,0,1),\ \vec{\tau}_2 = t(3,-6,20).$

Вариант 18.

1. Для данных матриц указать все возможные произведения и найти два из них

$$A=\begin{pmatrix}4 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 3\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ -1\end{pmatrix}; C=\begin{pmatrix}2 & -3 & 4\end{pmatrix};$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что $A*A^{-1}=E$):

$$\begin{cases}2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 7\\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 1\\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 7\end{cases}$$

Ответ. $(0,1,2)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2\\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1\\ x_1 - 2x_2 = -1\end{cases}$$

Ответ. $(2t-1, t, \frac{5-3t}{2})$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}-1 & 3 & -1\\ -3 & 5 & -1\\ -3 & 3 & 1\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=1,\ \lambda_2=\lambda_3=2;$

$\vec{\tau}_1 = t(1,1,1),\ \vec{\tau}_2 = \vec{\tau}_3 = t(1,1,0).$

Вариант 19.

1. Убедиться, что $(A+B)\cdot C = A\cdot C + B\cdot C$

$$A=\begin{pmatrix}2 & 4 & -1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}7\\ 2\\ -1\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что $A*A^{-1}=E$):

$$\begin{cases}2x_1 + 6x_2 + x_3 = 16\\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8\\ x_2 + x_3 = 3\end{cases}$$

Ответ.$(-1,3,0)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8\\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 1\\ 5x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 9\end{cases}$$

Ответ.$(\frac{15+3t}{4},\frac{7t-13}{8},t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}2 & -2 & -3\\ 2 & 3 & 6\\ -1 & -2 & -4\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=-1;$

$\vec{\tau}_1=\vec{\tau}_2=\vec{\tau}_3=t(1,1,-1).$

Вариант 20.

1. Среди данных матриц найти все возможные произведения

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\\ -1 & 3\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ -1\end{pmatrix};D=\begin{pmatrix}3 & 0 & 5\end{pmatrix};$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что $A*A^{-1}=E$):

$$\begin{cases}x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 10\\ -4x_1 + 9x_2 + 4x_3 = -8\\ 3x_2 + 2x_3 = 4\end{cases}$$

Ответ.$(4,0,2)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3\\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5\\ 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 2\end{cases}$$

Ответ.$(\frac{t-1}{4},\frac{21-14t}{4},t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=1;$

$\vec{\tau}_1=\vec{\tau}_2=\vec{\tau}_3=t(1,0,0).$

Вариант 21.

1. Для данных матриц указать все возможные произведения и найти два из них

$$A=\begin{pmatrix}2&1&-1\\1&1&4\\0&1&2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}2&-3&4\end{pmatrix};$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что $A*A^{-1}=E$):

$$\begin{cases}3x_1+x_2+2x_3=2\\-x_1+2x_3=-1\\x_1+2x_2+x_3=-1\end{cases}$$

Ответ. $(1,-1,0)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}3x_1+2x_2-4x_3=8\\2x_1+4x_2-5x_3=11\\x_1-2x_2+x_3=-3\end{cases}$$

Ответ. $(\frac{5+3t}{4},\frac{17+7t}{8},t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}0&7&4\\0&1&0\\1&13&0\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=1,\ \lambda_2=2,\ \lambda_3=-2;$

$\vec{\tau}_1=t(-59,3,-20),\ \vec{\tau}_2=t(2,0,1),\ \vec{\tau}_3=t(2,0,-1).$

Вариант 22.

1. Убедиться, что $(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$:

$$A=\begin{pmatrix}3&1&-1\\2&1&2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}3&-1&2\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что $A*A^{-1}=E$):

$$\begin{cases}2x_1+x_2-x_3=7\\2x_1-x_2+x_3=5\\x_1+x_3=4\end{cases}$$

Ответ. $(3,2,1)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3=1\\x_1-x_2+2x_3=-5\\2x_2+3x_3=-4\end{cases}$$

Ответ. $(-2-\frac{3t}{2},3+\frac{t}{2},t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}1&0&3\\2&1&2\\3&0&1\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=1,\ \lambda_2=-2,\ \lambda_3=4;$

$\vec{\tau}_1=t(0,1,0),\ \vec{\tau}_2=t(-1,0,1),\ \vec{\tau}_3=t(3,4,3).$

Вариант 23.

1. Для данных матриц указать все возможные произведения и найти два из них

$$A=\begin{pmatrix}2&2\\1&0\\-1&3\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&2\\-1&1\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix};D=\begin{pmatrix}3&0&5\end{pmatrix};$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что A*A^{-1}= E):

$$\begin{cases}6x_1+7x_2+3x_3=-16\\3x_1+x_2=-7\\2x_1+2x_2+x_3=-5\end{cases}$$

Ответ. $(-2,-1,1)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}2x_1-x_2+4x_3=15\\3x_1-x_2+x_3=8\\5x_1-2x_2+5x_3=23\end{cases}$$

Ответ. $(-7+3t,10t-29,t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}2&1&-3\\3&-2&-3\\1&1&-2\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=-2,\ \lambda_2=-1,\ \lambda_3=1;$

$\vec{\tau}_1=t(-1,1,-1),\ \vec{\tau}_2=t(1,0,1),\ \vec{\tau}_3=t(2,1,1).$

Вариант 24.

1. Убедиться, что $(A+B)\cdot C=A\cdot C+B\cdot C$

$$A=\begin{pmatrix}2&-1&1\\1&1&0\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&2&1\\0&1&2\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}7\\2\\-1\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что A*A^{-1}= E):

$$\begin{cases}2x_1+3x_2+2x_3=7\\x_1+3x_2-x_3=1\\4x_1+x_2+3x_3=7\end{cases}$$

Ответ. $(0,1,2)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}3x_1-3x_2+2x_3=2\\4x_1-5x_2+2x_3=1\\x_1-2x_2=-1\end{cases}$$

Ответ. $(2t-1,t,\frac{5-3t}{2})$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}2&-1&-1\\1&2&-1\\1&-1&2\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=3;$

$\vec{\tau}_1=t(0,-1,1).$

Вариант 25.

1. Для данных матриц указать все возможные произведения и найти два из них

$$A=\begin{pmatrix}3 & 2 & 1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}2\\ -1\\ 4\end{pmatrix};E=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что $A*A^{-1}=E$):

$$\begin{cases}2x_1 + 6x_2 + x_3 = 16\\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8\\ x_2 + x_3 = 3\end{cases}$$

Ответ. $(-1,3,0)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8\\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 1\\ 5x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 9\end{cases}$$

Ответ. $(\frac{15+3t}{4},\frac{7t-13}{8},t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ -1 & 1 & 1\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=0,\ \lambda_2=2,\ \lambda_3=-1;$

$\vec{\tau}_1=t(0,1,0),\ \vec{\tau}_2=t(1,2,3),\ \vec{\tau}_3=t(4,-1,6).$

Вариант 26.

1. Убедиться, что $(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$:

$$A=\begin{pmatrix}2 & -1 & 4\\ 1 & 1 & -2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1\\ 3\\ -1\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что $A*A^{-1}=E$):

$$\begin{cases}x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 10\\ -4x_1 + 9x_2 + 4x_3 = -8\\ 3x_2 + 2x_3 = 4\end{cases}$$

Ответ. $(4,0,2)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3\\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5\\ 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 2\end{cases}$$

Ответ. $(\frac{t-1}{4},\frac{21-14t}{4},t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}4 & -5 & 2\\ 5 & -7 & 3\\ 6 & -9 & 4\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=\lambda_2=0,\ \lambda_3=1;$

$\vec{\tau}_1=\vec{\tau}_2=t(1,2,3),\ \vec{\tau}_3=t(1,1,1).$

Вариант 27.

1. Убедиться, что $(A+B)\cdot C = A\cdot C + B\cdot C$

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}3 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}; C=\begin{pmatrix}7\\ 2\\ -1\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что $A*A^{-1}= E$):

$$\begin{cases}6x_1 & +7x_2 & +3x_3 & = & -16\\ 3x_1 & +x_2 & & = & -7\\ 2x_1 & +2x_2 & +x_3 & = & -5\end{cases}$$

Ответ. $(-2,-1,1)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}2x_1 & -x_2 & +4x_3 & = & 15\\ 3x_1 & -x_2 & +x_3 & = & 8\\ 5x_1 & -2x_2 & +5x_3 & = & 23\end{cases}$$

Ответ. $(-7+3t, 10t-29, t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1 = -1,\ \lambda_2 = \lambda_3 = 1;$

$\vec{\tau}_1 = t(-1,0,1),\ \vec{\tau}_2 = \vec{\tau}_3 = t(1,k,1).$

Вариант 28.

1. Для данных матриц указать все возможные произведения и найти два из них

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 0\\ -1 & 3\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}3 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}; C=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ -1\end{pmatrix}; D=\begin{pmatrix}3 & 0 & 5\end{pmatrix};$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что $A*A^{-1}= E$):

$$\begin{cases}2x_1 & +3x_2 & +2x_3 & = & 7\\ x_1 & +3x_2 & -x_3 & = & 1\\ 4x_1 & +x_2 & +3x_3 & = & 7\end{cases}$$

Ответ. $(0,1,2)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}3x_1 & -3x_2 & +2x_3 & = & 2\\ 4x_1 & -5x_2 & +2x_3 & = & 1\\ x_1 & -2x_2 & & = & -1\end{cases}$$

Ответ. $(2t-1, t, \frac{5-3t}{2})$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}0 & 2 & 1\\ -2 & 0 & 3\\ -1 & -3 & 0\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = \sqrt{-14},\ \lambda_3 = -\sqrt{-14};$

$\vec{\tau}_1 = t(3,-1,2).$

Вариант 29.

1. Убедиться, что $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что A*A^{-1}= E):

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 + x_3 = 16 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

Ответ. $(-1, 3, 0)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 1 \\ 5x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 9 \end{cases}$$

Ответ. $(\frac{15+3t}{4}, \frac{7t-13}{8}, t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & -2 \end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1 = -2, \lambda_2 = \lambda_3 = 1;$

$\vec{\tau}_1 = t(0,0,1), \vec{\tau}_2 = \vec{\tau}_3 = t(3,-6,20).$

Вариант 30.

1. Для данных матриц указать все возможные произведения и найти два из них

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \end{pmatrix};$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что A*A^{-1}= E):

$$\begin{cases} x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 10 \\ -4x_1 + 9x_2 + 4x_3 = -8 \\ 3x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

Ответ. $(4, 0, 2)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5 \\ 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 2 \end{cases}$$

Ответ. $(\frac{t-1}{4}, \frac{21-14t}{4}, t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -1 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1 = 0;$

$\vec{\tau}_1 = t(2,1,-4).$

Вариант 31.

1. Убедиться, что $(A\cdot B)\cdot C = A\cdot(B\cdot C)$:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & -3\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}-1\\ 3\\ -1\end{pmatrix};\ C=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что $A*A^{-1}$= E):

$$\begin{cases}2x_1 & +2x_2 & +5x_3 & = & 4\\ 3x_1 & +3x_2 & +6x_3 & = & 3\\ 4x_1 & +3x_2 & +4x_3 & = & -1\end{cases}$$

Ответ.$(0,-3,2)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}4x_1 & -7x_2 & -2x_3 & = & 0\\ 2x_1 & -3x_2 & -4x_3 & = & 6\\ 2x_1 & -4x_2 & +2x_3 & = & -6\end{cases}$$

Ответ.$(21+11t, 12+6t, t)$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=1;$

$\vec{\tau}_1=\vec{\tau}_2=\vec{\tau}_3=t(1,0,0).$

Вариант 32.

1. Для данных матриц указать все возможные произведения и найти два из них

$$A=\begin{pmatrix}2 & 3 & 1\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix};\ C=\begin{pmatrix}2\\ -1\\ 4\end{pmatrix};\ E=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

2.Решить систему уравнений методом Крамера и матричным методом (с помощью обратной матрицы и показать, что $A*A^{-1}$= E):

$$\begin{cases}x_1 & & +3x_3 & = & 10\\ 3x_1 & +x_2 & +7x_3 & = & 26\\ 2x_1 & +x_2 & +8x_3 & = & 28\end{cases}$$

Ответ.$(1,2,3)$

3. Исследовать систему на совместность и, если она совместна, найти ее общее решение:

$$\begin{cases}4x_1 & -3x_2 & +x_3 & = & 3\\ x_1 & +x_2 & -x_3 & = & 4\\ 3x_1 & -4x_2 & +2x_3 & = & -1\end{cases}$$

Ответ.$(\frac{7+2t}{5}, t, \frac{7t-13}{5})$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ -4 & 4 & 0\\ -2 & 1 & 2\end{pmatrix}$$

Отв. $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=2;$

$\vec{\tau}_1=\vec{\tau}_2=\vec{\tau}_3=t(1,2,k).$